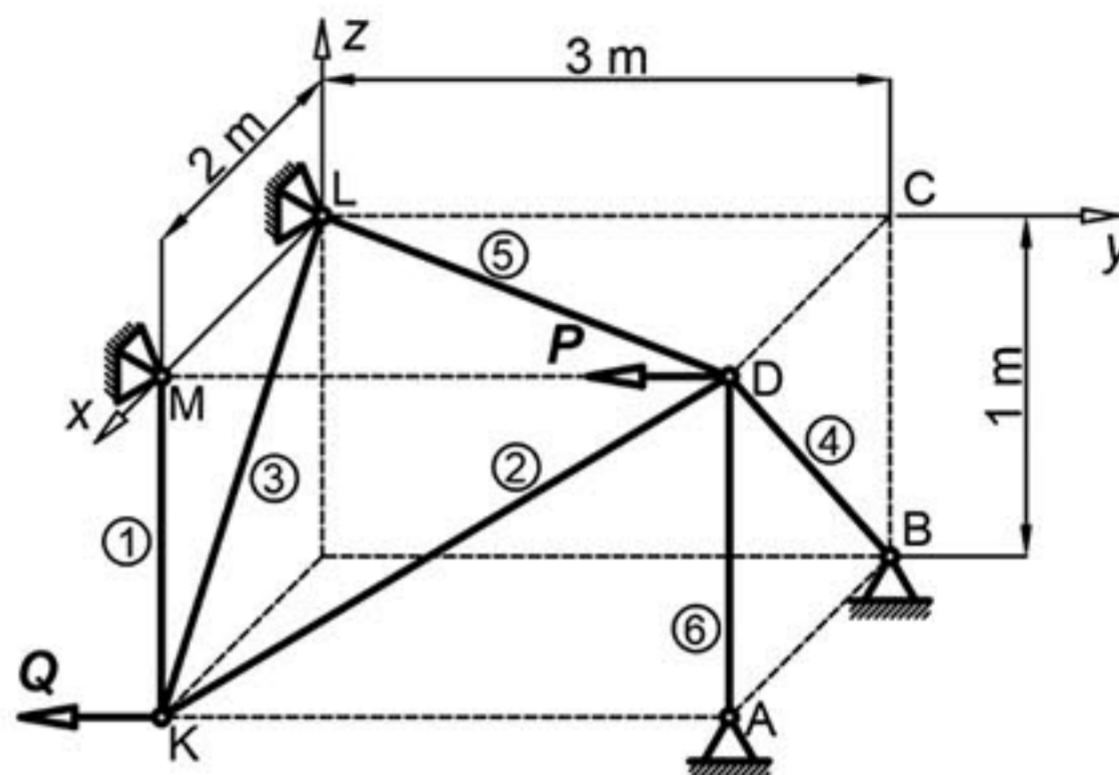
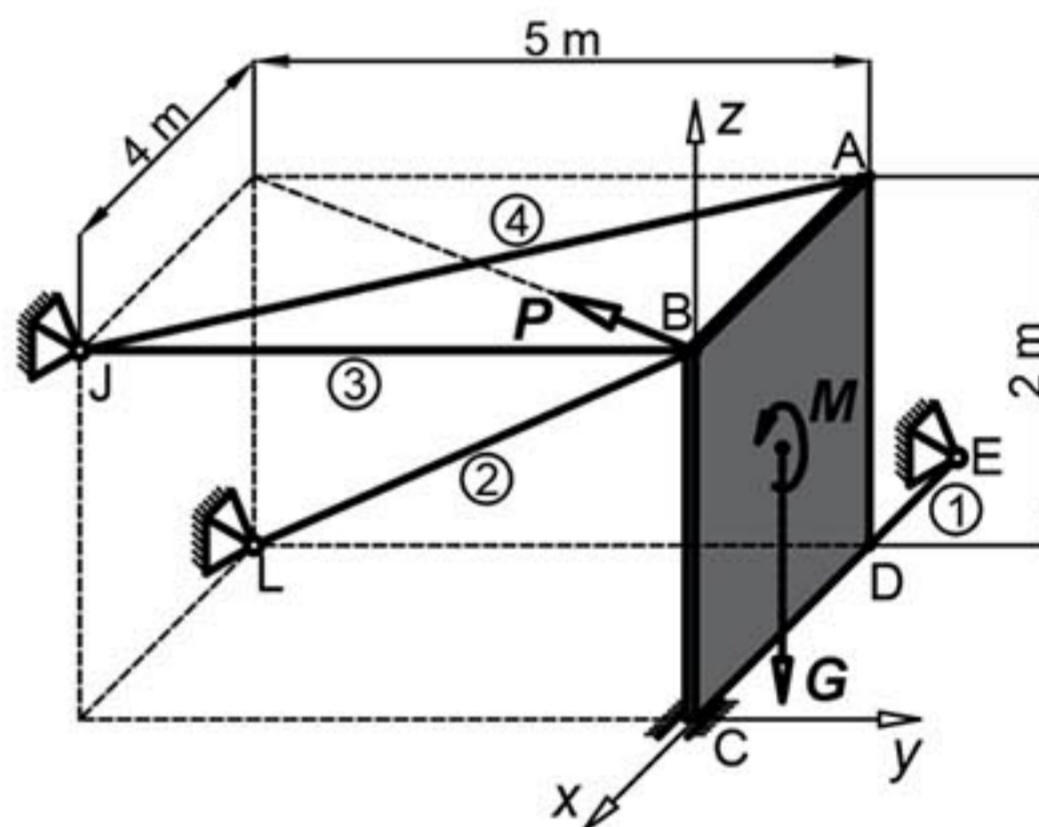


ПОПРАВНИ ПРВОГ КОЛОКВИЈУМА ИЗ ТЕХНИЧКЕ МЕХАНИКЕ I

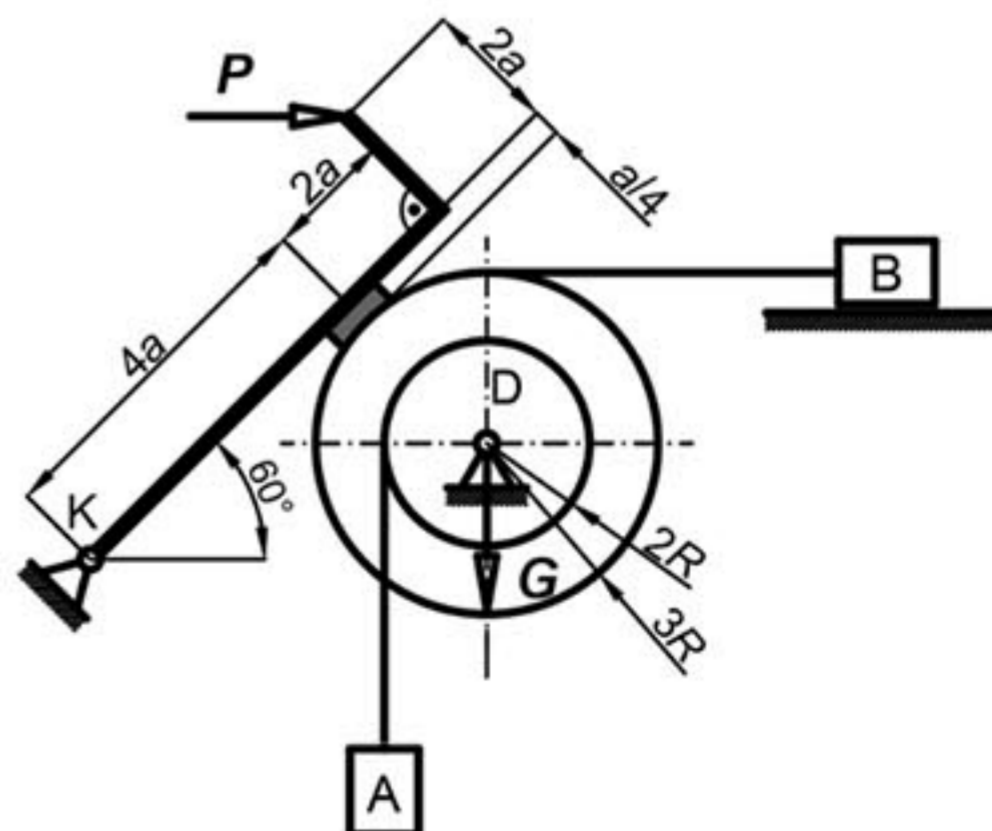
1. Методом исијецања чворова одредити интензитет сила у лаким крутим штаповима конструкције приказане на слици и тип оптерећења коме су штапови изложени. Интензитет силе P је 16 kN , а њен правац се поклапа са правцем DM ивице квадрата. Интензитет силе Q је 8 kN , а њен правац се поклапа са правцем KA ивице квадрата.



2. Одредити реакције веза хомогене плоче тежине $G = 2 \text{ kN}$ приказане на слици. На плочу у тачки B дјелује сила P интензитета 6 kN , док у равни плоче дјелује момент M интензитета 6 kNm , чији је смјер дејства приказан на слици. Плоча је у тачки C везана за цилиндрични зглоб, а у тачкама A, B и D за лаке круте штапове. Координатни почетак се налази у тачки C .

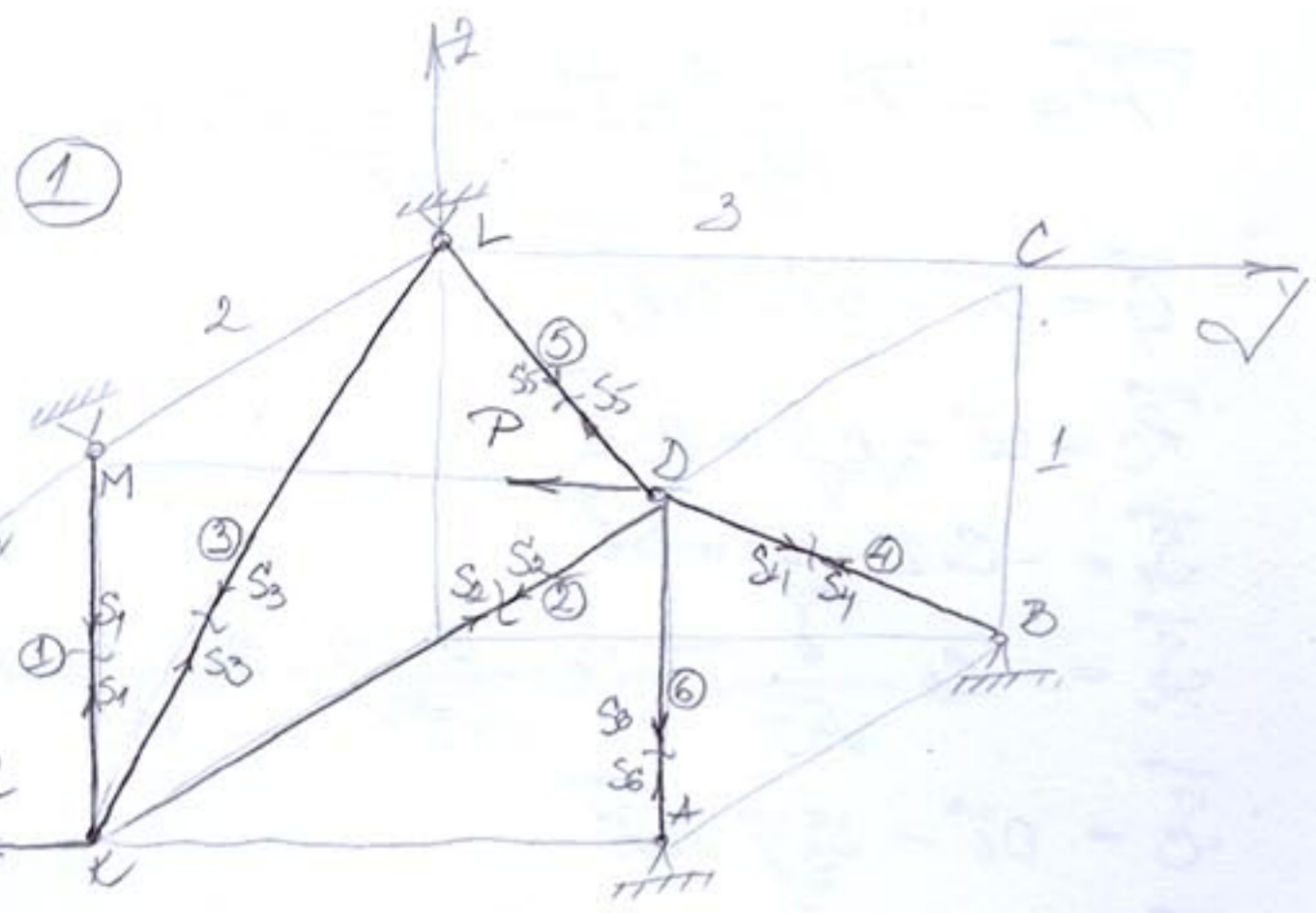


3. Одредити минималну вриједност хоризонталне силе P која ће обезбједити равнотежни положај система приказаног на слици. Потом одредити реакције веза у систему. Тијело B тежине 8 kN лежи на глаткој подлози. Тежина диска D износи $G = 4 \text{ kN}$, а тијела A 12 kN . Дато је $a = 1 \text{ m}$. Масе кочнице и ужади су занемарљиве, као и сви отпори осим трења између кочнице и диска које треба узети у обзир преко коефицијента трења који износи $0,25$.



Предметни наставник:
 Проф. др Оливера Јовановић

Сарадник:
 Раде Грујићић



TM₁ Поверхности
I калоризирова

Узоп K:

$$\vec{S}_1 = 0\vec{i} + 0\vec{j} + S_1\vec{k}$$

$$\vec{S}_2 = 0\vec{i} + S_2 \frac{3}{\sqrt{10}}\vec{j} + S_2 \frac{1}{\sqrt{10}}\vec{k}$$

$$\vec{S}_3 = -S_3 \frac{2}{\sqrt{5}}\vec{i} + 0\vec{j} + S_3 \frac{1}{\sqrt{5}}\vec{k}$$

$$\vec{Q} = 0\vec{i} - Q\vec{j} + 0\vec{k}$$

Узоп D:

$$\vec{S}_2 = 0\vec{i} - \frac{3S_2}{\sqrt{10}}\vec{j} - \frac{S_2}{\sqrt{10}}\vec{k}$$

$$\vec{S}_4 = -\frac{2S_4}{\sqrt{5}}\vec{i} + 0\vec{j} - \frac{S_4}{\sqrt{5}}\vec{k}$$

$$\vec{S}_5 = -\frac{2S_5}{\sqrt{13}}\vec{i} - \frac{3S_5}{\sqrt{13}}\vec{j} + 0\vec{k}$$

$$\vec{S}_6 = 0\vec{i} + 0\vec{j} - S_6\vec{k}$$

$$\vec{P} = 0\vec{i} - P\vec{j} + 0\vec{k}$$

$$F_{xK} = 0 \Rightarrow -S_3 \frac{2}{\sqrt{5}} = 0 \quad \dots (1)$$

$$F_{yK} = 0 \Rightarrow \frac{3S_2}{\sqrt{10}} - 8 = 0 \quad \dots (2)$$

$$F_{zK} = 0 \Rightarrow S_1 + \frac{S_2}{\sqrt{10}} + \frac{S_3}{\sqrt{5}} = 0 \quad \dots (3)$$

$$F_{xD} = 0 \Rightarrow -\frac{2S_4}{\sqrt{5}} - \frac{2S_5}{\sqrt{13}} = 0 \quad \dots (4)$$

$$F_{yD} = 0 \Rightarrow -\frac{3S_2}{\sqrt{10}} - \frac{3S_5}{\sqrt{13}} - 16 = 0 \quad \dots (5)$$

$$F_{zD} = 0 \Rightarrow -\frac{S_2}{\sqrt{10}} - \frac{S_4}{\sqrt{5}} - S_6 = 0 \quad \dots (6)$$

(1) $\Rightarrow S_3 = 0$

(2) $\Rightarrow S_2 = \frac{8\sqrt{10}}{3} \text{ kN}$

(3) $\Rightarrow S_1 = -\frac{1}{\sqrt{10}} \frac{8\sqrt{10}}{3} = -\frac{8}{3} \text{ kN}$

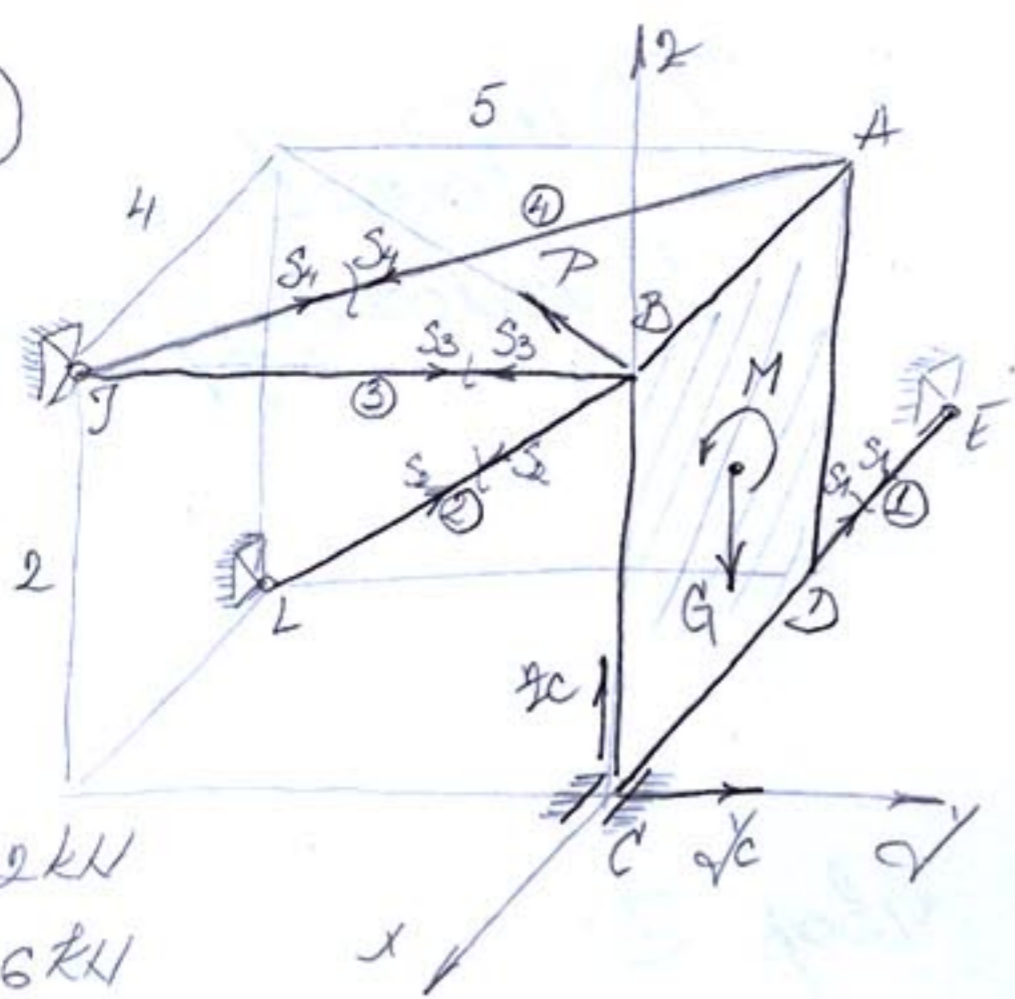
(5) $\Rightarrow S_5 = -\frac{\sqrt{13}}{3} \left(16 + \frac{3}{\sqrt{10}} \frac{8\sqrt{10}}{3} \right) = -8\sqrt{13} \text{ kN}$

(4) $\Rightarrow S_4 = +\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{13}} 8\sqrt{13} = 8\sqrt{5} \text{ kN}$

(6) $\Rightarrow S_6 = -\frac{1}{\sqrt{10}} \frac{8\sqrt{10}}{3} - \frac{1}{\sqrt{5}} 8\sqrt{5} = -\frac{8+24}{3} = -\frac{32}{3} \text{ kN}$

сила [kN]	спомог.	нагрузка
S ₁	$\frac{8}{3} = 2,67$	
S ₂		$\frac{8\sqrt{10}}{3} = 8,43$
S ₃		0
S ₄		$8\sqrt{5} = 17,89$
S ₅	$8\sqrt{13} = 28,84$	
S ₆	$\frac{32}{3} = 10,67$	

②



$G = 2 \text{ kN}$
 $P = 6 \text{ kN}$
 $M = 6 \text{ kNm}$

$$\vec{P} = -P \frac{4}{\sqrt{16+25}} \vec{i} - P \frac{5}{\sqrt{41}} \vec{j} + 0 \vec{k}$$

$$\vec{G} = 0 \vec{i} + 0 \vec{j} - G \vec{k}$$

$$\vec{R}_C = 0 \vec{i} + y_c \vec{j} + z_c \vec{k}$$

$$\vec{S}_1 = -S_1 \vec{i} + 0 \vec{j} + 0 \vec{k}$$

$$\vec{S}_2 = -S_2 \frac{4}{\sqrt{45}} \vec{i} - S_2 \frac{5}{\sqrt{45}} \vec{j} - S_2 \frac{2}{\sqrt{45}} \vec{k}$$

$$\vec{S}_3 = 0 \vec{i} - S_3 \vec{j} + 0 \vec{k}$$

$$\vec{S}_4 = S_4 \frac{4}{\sqrt{41}} \vec{i} - S_4 \frac{5}{\sqrt{41}} \vec{j} + 0 \vec{k}$$

$$\vec{M} = 0 \vec{i} + M \vec{j} + 0 \vec{k}$$

$$\vec{M}_C^{\vec{G}} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -G \end{vmatrix} = 0 \vec{i} - 2G \vec{j} + 0 \vec{k}$$

$$\vec{M}_C^{\vec{P}} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 2 \\ \frac{-4P}{\sqrt{41}} & \frac{-5P}{\sqrt{41}} & 0 \end{vmatrix} = \frac{10P}{\sqrt{41}} \vec{i} - \frac{8P}{\sqrt{41}} \vec{j} + 0 \vec{k}$$

$$\vec{M}_C^{\vec{S}_2} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 2 \\ \frac{-4S_2}{\sqrt{45}} & \frac{-5S_2}{\sqrt{45}} & \frac{-2S_2}{\sqrt{45}} \end{vmatrix} = \frac{10S_2}{\sqrt{45}} \vec{i} - \frac{8S_2}{\sqrt{45}} \vec{j} + 0 \vec{k}$$

$$\vec{M}_C^{\vec{S}_3} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & -S_3 & 0 \end{vmatrix} = 2S_3 \vec{i} + 0 \vec{j} + 0 \vec{k}$$

$$\vec{M}_C^{\vec{S}_4} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -4 & 0 & 2 \\ \frac{4S_4}{\sqrt{41}} & \frac{-5S_4}{\sqrt{41}} & 0 \end{vmatrix} = \frac{10S_4}{\sqrt{41}} \vec{i} + \frac{8S_4}{\sqrt{41}} \vec{j} + \frac{20S_4}{\sqrt{41}} \vec{k}$$

$$\sum F_{xi} = 0 \Rightarrow -S_1 - \frac{4S_2}{\sqrt{45}} + \frac{4S_4}{\sqrt{41}} - \frac{4P}{\sqrt{41}} = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_{yi} = 0 \Rightarrow -\frac{5P}{\sqrt{41}} + y_c - \frac{5S_2}{\sqrt{45}} - S_3 - \frac{5S_4}{\sqrt{41}} = 0 \quad (2)$$

$$\sum F_{zi} = 0 \Rightarrow -G + z_c - \frac{2S_2}{\sqrt{45}} = 0 \quad (3)$$

$$\sum M_{xi} = 0 \Rightarrow \frac{10P}{\sqrt{41}} + \frac{10S_2}{\sqrt{45}} + 2S_3 + \frac{10S_4}{\sqrt{41}} = 0 \quad (4)$$

$$\sum M_{yi} = 0 \Rightarrow M - 2G - \frac{8P}{\sqrt{41}} - \frac{8S_2}{\sqrt{45}} + \frac{8S_4}{\sqrt{41}} = 0 \quad (5)$$

$$\sum M_{zi} = 0 \Rightarrow \frac{20S_4}{\sqrt{41}} = 0 \quad (6)$$

$$(6) \Rightarrow S_4 = 0$$

$$(5) \Rightarrow S_2 = \frac{\sqrt{45}}{8} \left(6 - 4 - \frac{4P}{\sqrt{41}} \right) = \frac{\sqrt{45}}{4} \left(1 - \frac{24}{\sqrt{41}} \right)$$

$$= \frac{\sqrt{45}}{4} - \frac{6\sqrt{45}}{\sqrt{41}}$$

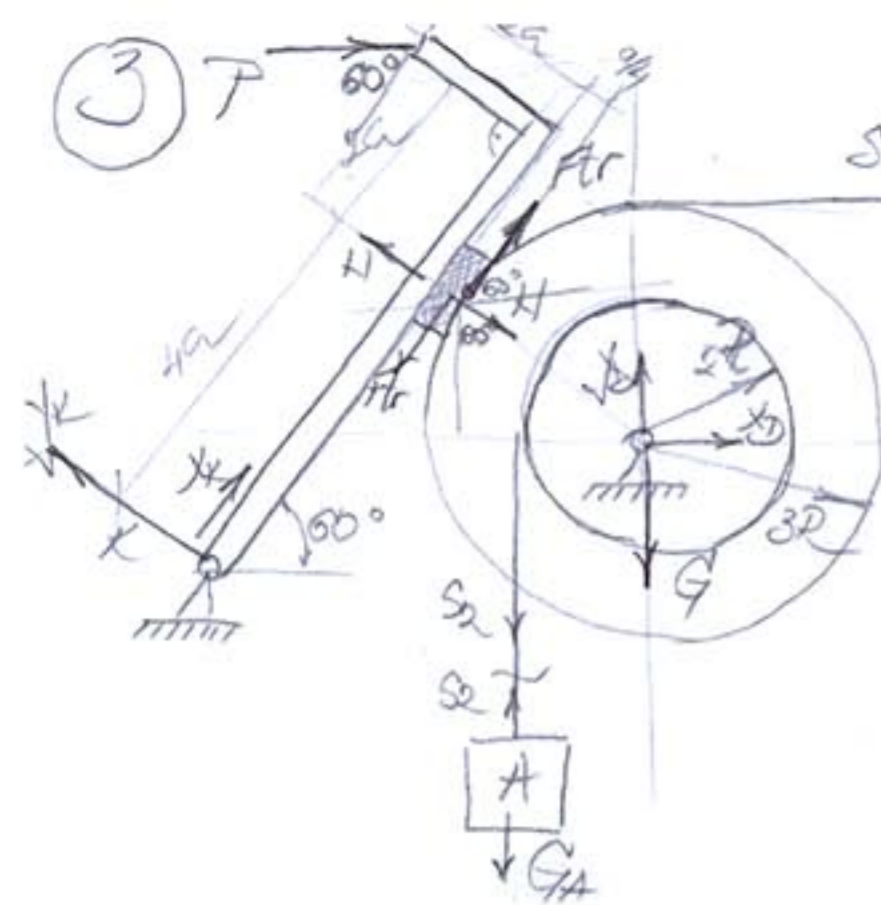
$$= -3,61 \text{ kN}$$

$$(4) \Rightarrow S_3 = -\frac{1}{2} \left(\frac{10 \cdot 6}{\sqrt{41}} + \frac{10}{\sqrt{45}} \frac{\sqrt{45}}{4} - \frac{10}{\sqrt{45}} \frac{6\sqrt{45}}{\sqrt{41}} \right) = \frac{-30}{\sqrt{41}} - \frac{5}{4} + \frac{30}{\sqrt{41}} = -\frac{5}{4} = -1,25 \text{ kN}$$

$$(3) \Rightarrow z_c = 2 + \frac{2}{\sqrt{45}} \frac{\sqrt{45}}{4} \left(1 - \frac{24}{\sqrt{41}} \right) = 2 + \frac{1}{2} - \frac{12}{\sqrt{41}} = \frac{3}{2} - \frac{12}{\sqrt{41}} = -0,37 \text{ kN}$$

$$(2) \Rightarrow y_c = \frac{30}{\sqrt{41}} + \frac{5}{\sqrt{45}} \frac{\sqrt{45}}{4} \left(1 - \frac{24}{\sqrt{41}} \right) - \frac{5}{4} = \frac{30}{\sqrt{41}} + \frac{5}{4} - \frac{30}{\sqrt{41}} - \frac{5}{4} = 0 \text{ kN}$$

$$(1) \Rightarrow S_1 = -\frac{4}{\sqrt{45}} \frac{\sqrt{45}}{4} \left(1 - \frac{24}{\sqrt{41}} \right) - \frac{24}{\sqrt{41}} = -1 + \frac{24}{\sqrt{41}} - \frac{24}{\sqrt{41}} = -1 \text{ kN}$$



$$\begin{cases} S_2 \cdot 2R > S_1 \cdot 3R \quad /: R \\ 12 \cdot 2 > 0 \end{cases}$$

тујено D:

$$\begin{aligned} \Sigma M_D = 0 &\Rightarrow S_2 \cdot 2R - S_1 \cdot 3R - F_{tr} \cdot 3R = 0 \quad /: R \\ F_{tr} &= \frac{2S_2 - 3S_1}{3} = \frac{2}{3} \cdot 12 = 8 \text{ kN} \end{aligned}$$

тујено A:

$$S_2 = G_A = 12 \text{ kN}$$

тујено B:

$$S_1 = 0$$

$$H_B = G_B = 8 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} \Sigma X_i = 0 &\Rightarrow X_D + F_{tr} \cdot \cos 60^\circ + H \sin 60^\circ = 0 \\ F_{tr} = \mu H &\Rightarrow H = \frac{F_{tr}}{\mu} = \frac{8}{0,25} = 32 \text{ kN} \\ X_D &= -8 \cdot \frac{1}{2} - 32 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -4(1 + 4\sqrt{3}) = -31,71 \text{ kN} \\ \Sigma Y_i = 0 &\Rightarrow Y_D - G - S_2 + F_{tr} \sin 60^\circ - H \cos 60^\circ = 0 \\ Y_D &= 4 + 12 - 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 32 \cdot \frac{1}{2} = 32 - 4\sqrt{3} = 4(8 - \sqrt{3}) = 25,07 \text{ kN} \end{aligned}$$

тујено K:

$$\begin{aligned} \Sigma M_K = 0 &\Rightarrow H \cdot 4a - F_{tr} \cdot \frac{a}{4} - P \cos 60^\circ \cdot 2a - P \sin 60^\circ \cdot 6a = 0 \quad /: a \\ P &= \frac{4H - F_{tr}/4}{2 \cos 60^\circ + 6 \sin 60^\circ} = \frac{128 - 2}{2 \cdot \frac{1}{2} + 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{126}{1 + 3\sqrt{3}} = 20,34 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\Sigma X_i = 0 \Rightarrow X_K - F_{tr} + P \cos 60^\circ = 0 \Rightarrow X_K = -2,17 \text{ kN}$$

$$\Sigma Y_i = 0 \Rightarrow Y_K + H - P \sin 60^\circ = 0 \Rightarrow Y_K = -14,39 \text{ kN}$$