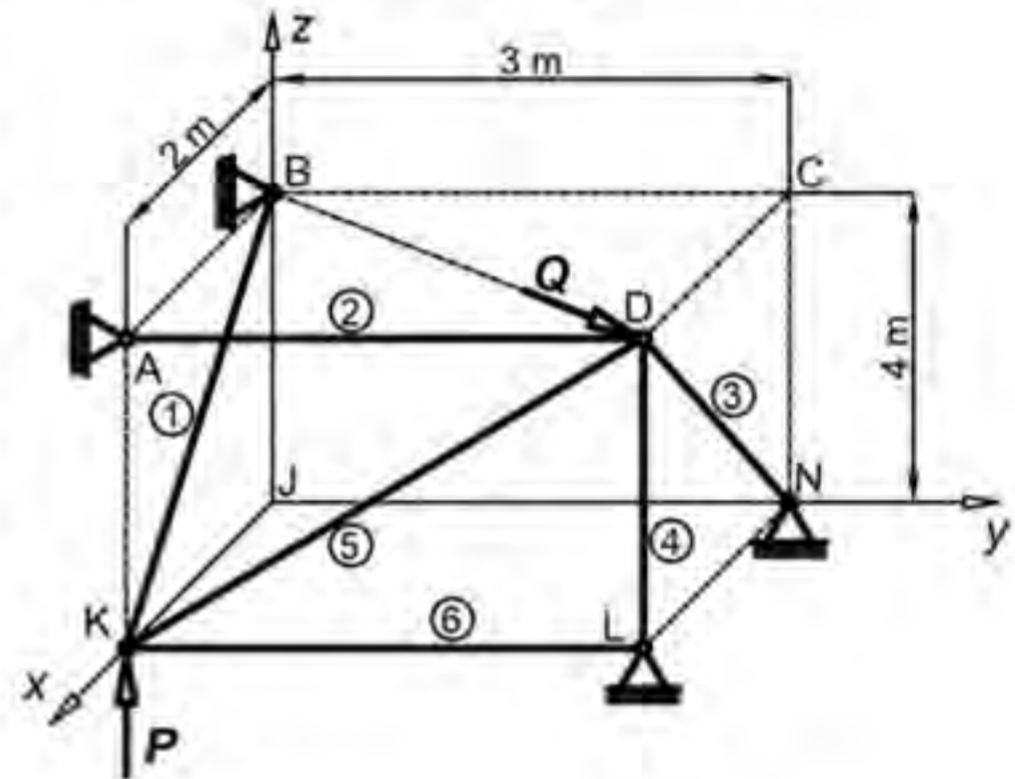
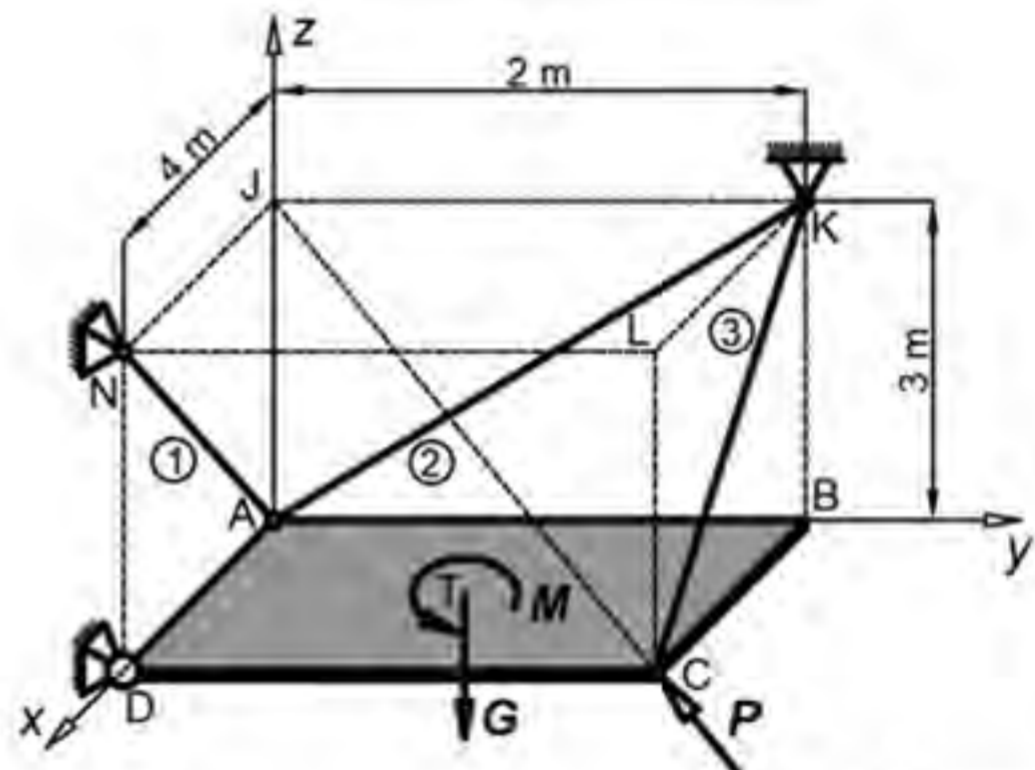


ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ ТЕХНИЧКЕ МЕХАНИКЕ I

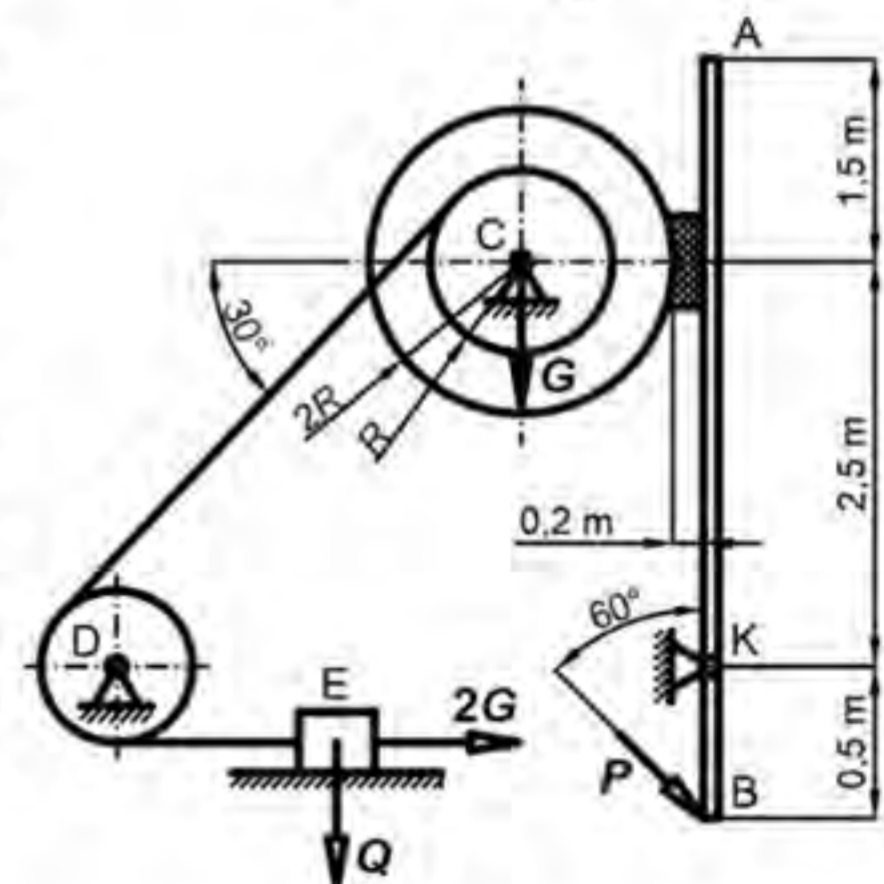
1. Одредити интензитет сила у штаповима конструкције приказане на слици методом исијецања чворова и тип оптерећења коме су штапови изложени. Интензитет силе P је 12 kN , а њен правац се поклапа са правцем KA . Интензитет силе Q је 8 kN , а њен правац се поклапа са правцем дијагонале BD . Сматрати да су штапови лаки и крути.



2. Одредити реакције веза хомогене плоче тежине $G = 3 \text{ kN}$ приказане на слици. На плочу у тачки C дјелује сила P интензитета 8 kN , правца CJ , док у равни плоче дјелује момент M интензитета 4 kNm , чији је смјер дејства приказан на слици. Плоча је у тачки D везана за сферни зглоб, а у тачкама A и C за лаке круте штапове.



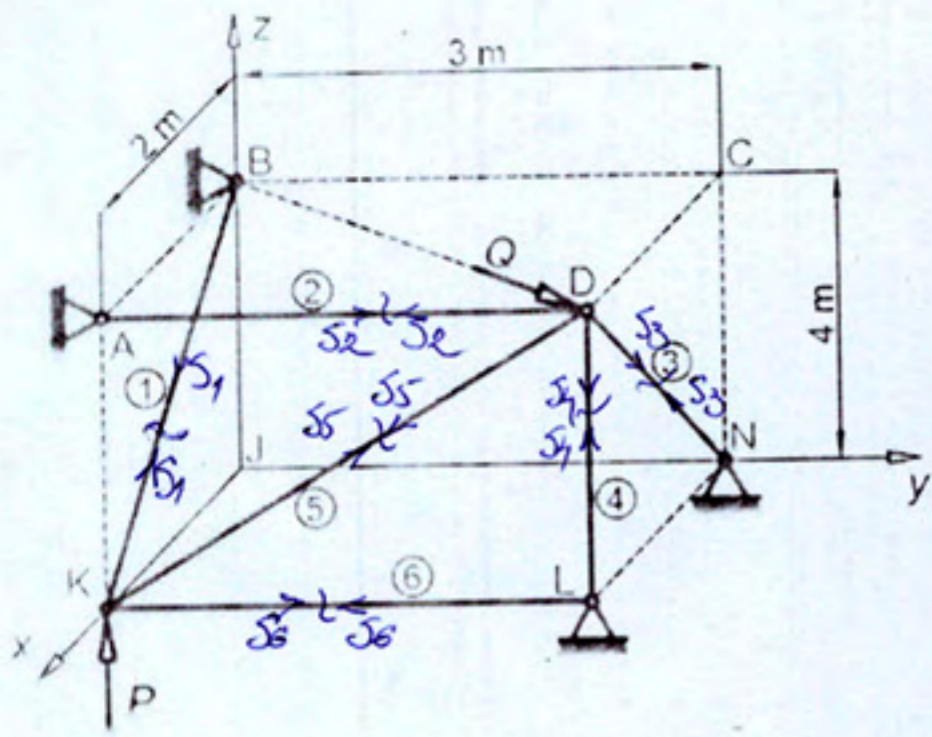
3. Одредити минималну вриједност силе P потребну да се одржи равнотежни положај система приказаног на слици. Тежине диска D и кочнице су занемарљиве, тежина тијела E је $Q = 10 \text{ kN}$, а тежина диска C је $G = 4 \text{ kN}$. На тијело E дјелује сила $2G$. Занемарити све отпоре осим трења између тијела E и подлоге и трења између кочнице и диска, које треба узети у обзир преко коефицијента трења који у оба случаја износи $0,2$.



Предметни наставник:
 Проф. др Оливера Јовановић

Сарадник:
 Раде Грујичић

1



$$F_{RxK} = 0 \Rightarrow -S_1 \frac{2}{\sqrt{20}} = 0 \Rightarrow \underline{S_1 = 0}$$

$$F_{RyK} = 0 \Rightarrow S_5 \frac{3}{5} + S_6 = 0 \Rightarrow \underline{S_6 = -\frac{3}{5} \cdot (-15) = 9 \text{ kN}}$$

$$F_{RzK} = 0 \Rightarrow P + S_1 \frac{4}{\sqrt{20}} + S_5 \frac{4}{5} = 0 \Rightarrow \underline{S_5 = -\frac{5}{4} \cdot 12 = -15 \text{ kN}}$$

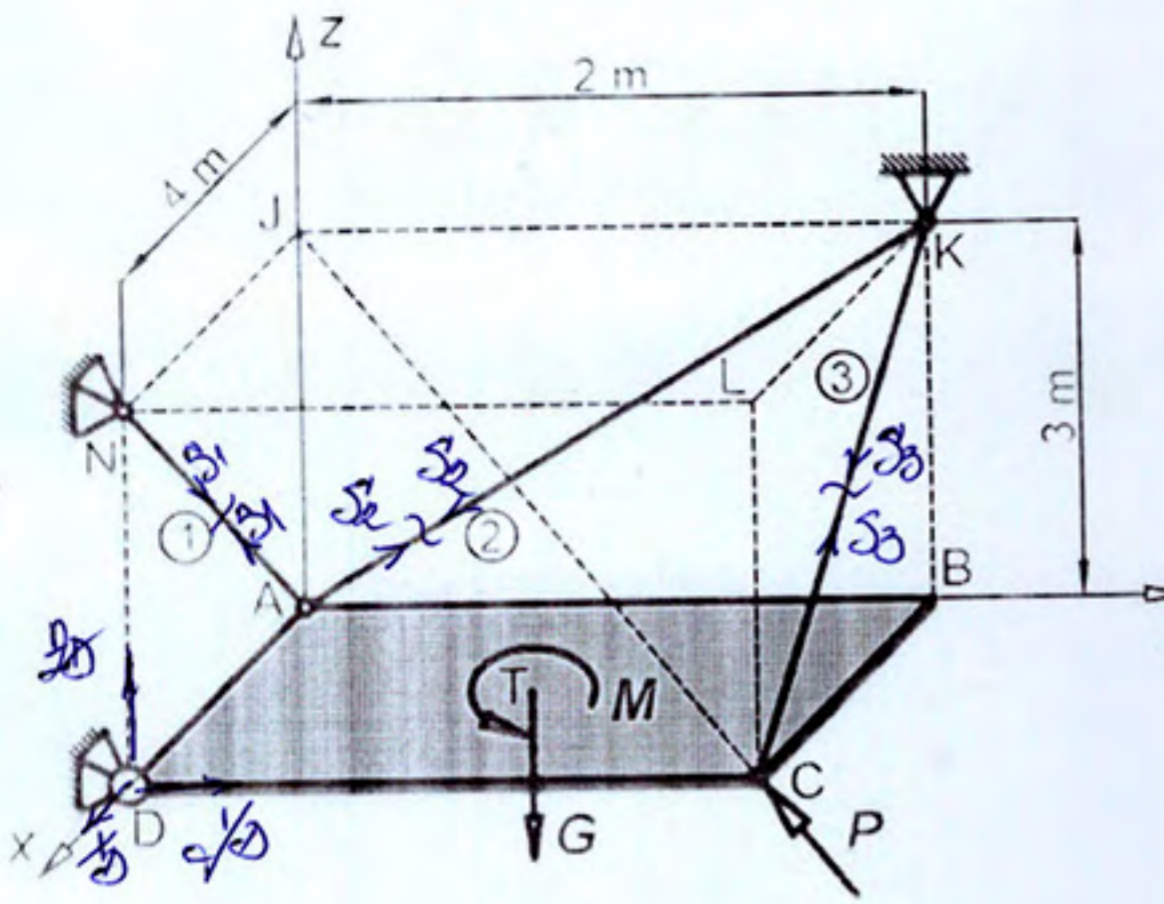
$$F_{RxD} = 0 \Rightarrow Q \frac{2}{\sqrt{13}} - S_3 \frac{2}{\sqrt{20}} = 0 \Rightarrow \underline{S_3 = 8 \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{13}} \text{ kN}}$$

$$F_{RyD} = 0 \Rightarrow Q \frac{3}{\sqrt{13}} - S_2 - S_5 \frac{3}{5} = 0 \Rightarrow \underline{S_2 = \frac{24}{\sqrt{13}} + 15 \cdot \frac{3}{5} = \left(\frac{24}{\sqrt{13}} + 9\right) \text{ kN}}$$

$$F_{RzD} = 0 \Rightarrow -S_3 \frac{4}{\sqrt{20}} - S_4 - S_5 \frac{4}{5} = 0 \Rightarrow \underline{S_4 = -\frac{4}{\sqrt{20}} \cdot 8 \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{13}} + \frac{4}{5} \cdot 15 = 12 - \frac{32}{\sqrt{13}} > 0}$$

kN	стезање	упућује
S_1		0
S_2	$\frac{24}{\sqrt{13}} + 9$	
S_3	$8 \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{13}}$	
S_4	$12 - \frac{32}{\sqrt{13}}$	
S_5		15
S_6	9	

2



$$\vec{P} = -8 \frac{4}{\sqrt{29}} \vec{i} - 8 \frac{2}{\sqrt{29}} \vec{j} + 8 \frac{3}{\sqrt{29}} \vec{k}$$

$$\vec{G} = 0\vec{i} + 0\vec{j} - 3\vec{k}$$

$$\vec{S}_1 = S_1 \frac{4}{5} \vec{i} + 0\vec{j} + S_1 \frac{3}{5} \vec{k}$$

$$\vec{S}_2 = 0\vec{i} + S_2 \frac{2}{\sqrt{13}} \vec{j} + S_2 \frac{3}{\sqrt{13}} \vec{k}$$

$$\vec{S}_3 = -S_3 \frac{4}{5} \vec{i} + 0\vec{j} + S_3 \frac{3}{5} \vec{k}$$

$$\vec{R}_0 = X_0 \vec{i} + Y_0 \vec{j} + Z_0 \vec{k}$$

$$\vec{M}_A^{\vec{P}} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4 & 2 & 0 \\ -32 & -16 & 24 \end{vmatrix} = \frac{48}{\sqrt{29}} \vec{i} - \frac{96}{\sqrt{29}} \vec{j} + 0\vec{k}$$

$$\vec{M}_A^{\vec{G}} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{vmatrix} = -3\vec{i} + 6\vec{j} + 0\vec{k}$$

$$\vec{M}_A^{\vec{S}_3} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4 & 2 & 0 \\ -\frac{4}{5}S_3 & 0 & \frac{3}{5}S_3 \end{vmatrix} = \frac{6}{5}S_3 \vec{i} - \frac{12}{5}S_3 \vec{j} + \frac{8}{5}S_3 \vec{k}$$

$$\vec{M}_A^{\vec{R}_0} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4 & 0 & 0 \\ X_0 & Y_0 & Z_0 \end{vmatrix} = 0\vec{i} - 4Z_0 \vec{j} + 4Y_0 \vec{k}$$

$$\vec{M}_A^{\vec{S}_1} = \vec{M}_A^{\vec{S}_2} = \vec{0}$$

$$\vec{M} = 0\vec{i} + 0\vec{j} + 4\vec{k}$$

$$F_{Rx} = 0 \Rightarrow -\frac{32}{\sqrt{29}} + \frac{4}{5}S_1 - \frac{4}{5}S_3 + X_0 = 0 \quad (1)$$

$$F_{Ry} = 0 \Rightarrow -\frac{16}{\sqrt{29}} + \frac{2S_2}{\sqrt{13}} + Y_0 = 0 \quad (2)$$

$$F_{Rz} = 0 \Rightarrow \frac{24}{\sqrt{29}} - 3 + \frac{3}{5}S_1 + \frac{3S_2}{\sqrt{13}} + \frac{3}{5}S_3 + Z_0 = 0 \quad (3)$$

$$M_{Rx} = 0 \Rightarrow \frac{48}{\sqrt{29}} - 3 + \frac{6}{5}S_3 = 0 \quad (4)$$

$$M_{Ry} = 0 \Rightarrow -\frac{96}{\sqrt{29}} + 6 - \frac{12}{5}S_3 - 4Z_0 = 0 \quad (5)$$

$$M_{Rz} = 0 \Rightarrow \frac{8}{5}S_3 + 4Y_0 + 4 = 0 \quad (6)$$

$$(4) \rightarrow S_3 = \frac{5}{6} \left(3 - \frac{48}{\sqrt{29}} \right) = \frac{5}{2} - \frac{40}{\sqrt{29}} = -4.93 \text{ kN}$$

$$(5) \rightarrow Z_0 = \frac{1}{4} \left(-\frac{96}{\sqrt{29}} + 6 - \frac{12}{5} \cdot \frac{5}{2} + \frac{12}{5} \cdot \frac{40}{\sqrt{29}} \right) = 0$$

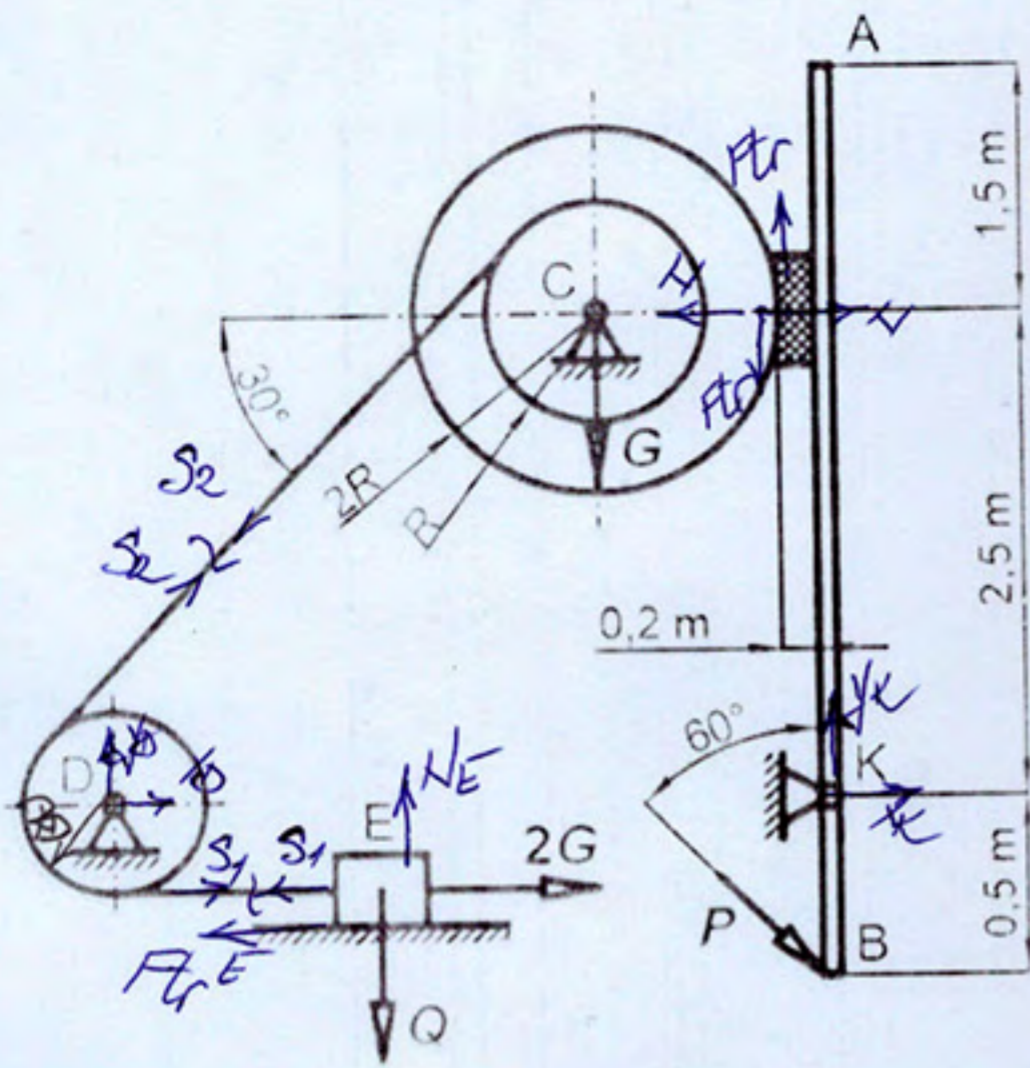
$$(6) \rightarrow Y_0 = -\frac{1}{4} \left(4 + \frac{8}{5} \cdot \frac{5}{2} - \frac{8}{5} \cdot \frac{40}{\sqrt{29}} \right) = -2 + \frac{16}{\sqrt{29}} = 0.97 \text{ kN}$$

$$(2) \rightarrow S_2 = \frac{\sqrt{13}}{2} \left(\frac{16}{\sqrt{29}} + 2 - \frac{16}{\sqrt{29}} \right) = \sqrt{13} = 3.61 \text{ kN}$$

$$(3) \rightarrow S_1 = \frac{-5}{3} \left(\frac{24}{\sqrt{29}} - 3 + \frac{3}{\sqrt{13}} \sqrt{13} + \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{2} - \frac{3}{5} \cdot \frac{40}{\sqrt{29}} \right) = -\frac{5}{2} = -2.5 \text{ kN}$$

$$(1) \rightarrow X_0 = \frac{32}{\sqrt{29}} + \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{2} + \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{2} - \frac{4}{5} \cdot \frac{40}{\sqrt{29}} = 4 \text{ kN}$$

3



wyznos E

$$F_{rx} = 0 \rightarrow 2G - S_1 - F_{tr}^E = 0$$

$$F_{cy} = 0 \rightarrow N_E - Q = 0 \rightarrow N_E = Q$$

$$F_{tr}^E = \mu N_E = \mu Q$$

$$2G - S_1 - \mu Q = 0$$

$$\underline{\underline{S_1 = 2G - \mu Q = 8 - 2 = 6 \text{ kN}}}$$

wyznos D

$$M_R = 0 \rightarrow \sum M_D = 0 \rightarrow S_1 \cdot R_D - S_2 R_D = 0$$

$$\underline{\underline{S_2 - S_1 = 6 \text{ kN}}}$$

guca C

$$\sum M_C = 0 \rightarrow S_2 \cdot R - F_{tr} \cdot 2R = 0 \rightarrow \underline{\underline{F_{tr} = \frac{S_2}{2} = 3 \text{ kN}}}$$

$$F_{tr} = \mu N_1 \rightarrow \underline{\underline{N_1 = \frac{F_{tr}}{\mu} = \frac{3}{0.2} = 15 \text{ kN}}}$$

wyznos P

$$\sum M_K = 0 \rightarrow N_1 \cdot 2.5 + F_{tr} \cdot 0.2 - P \sin 60^\circ \cdot 0.5 = 0$$

$$\underline{\underline{P = \frac{15 \cdot 2.5 + 3 \cdot 0.2}{0.866 \cdot 0.5} = 87.99 \text{ kN}}}$$