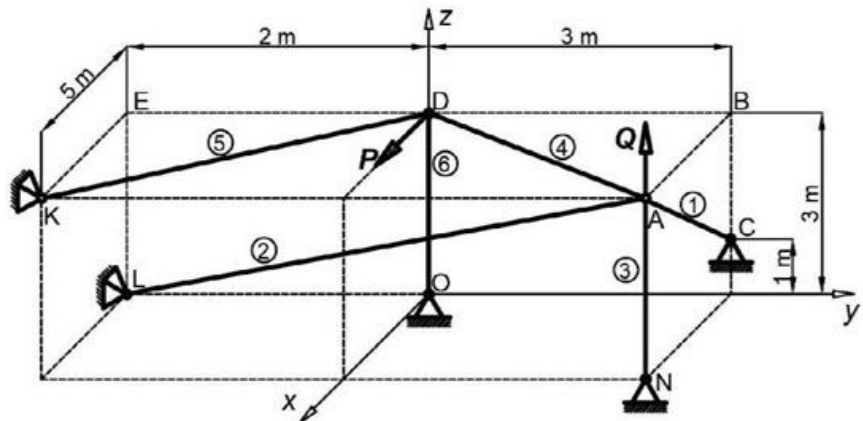


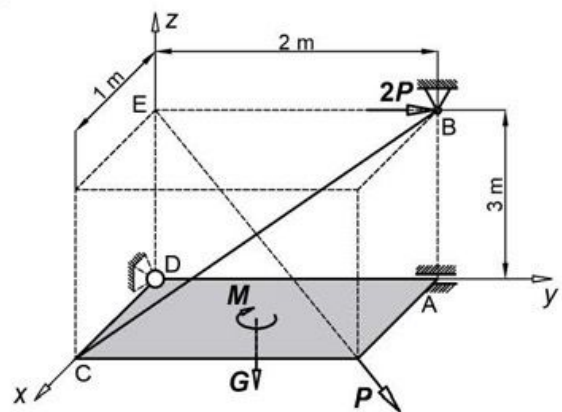
ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ ТЕХНИЧКЕ МЕХАНИКЕ I

1. Одредити интензитет сила у штаповима конструкције приказане на слици методом исијецања чворова и тип оптерећења коме су штапови изложени. Интензитет силе P је 4 kN , интензитет силе Q је 6 kN . Сматрати да су штапови лаки и крути.

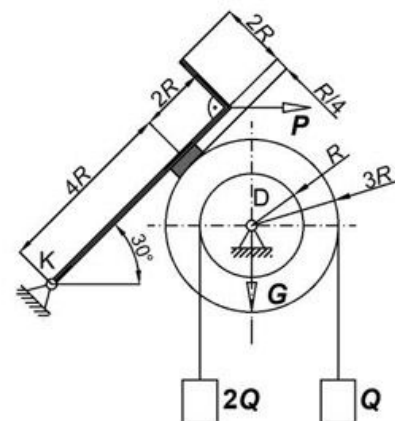
Претпоставити да су непарни штапови оптерећени на истежање, а парни на притисак.



2. Одредити реакције веза хомогене плоче тежине $G = 2 \text{ kN}$ приказане на слици. На плочу дјелује сила P интензитета 4 kN . У равни плоче дјелује момент M интензитета 2 kNm , чији је смјер дејства приказан на слици. Плоча је у тачки D везана за сферни зглоб, у тачки A за цилиндрично лежиште, а у тачки C за лаки крути штап.



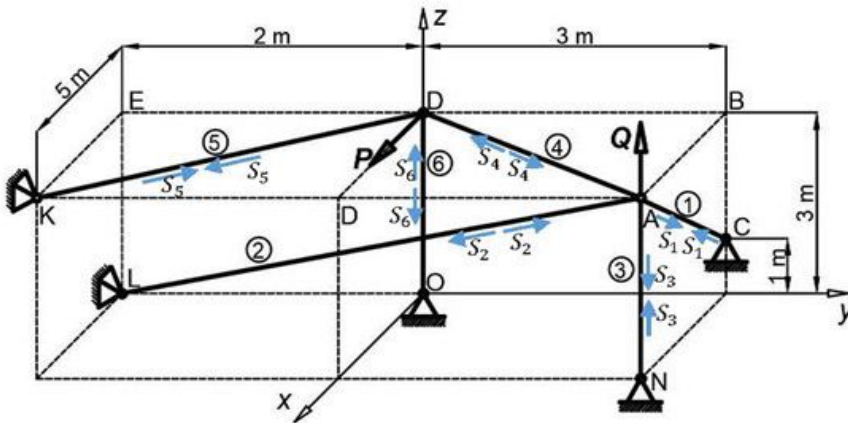
3. Одредити минималну вриједност силе P потребну да се одржи равнотежни положај система приказаног на слици. Тежина коаксијалног диска износи $G = 2 \text{ kN}$, а тежине тегова су $Q = 6 \text{ kN}$ и $2Q$. Занемарљиве су масе осталих тијела у систему. Коefицијент трења између кочнице и диска износи $0,2$. Одредити интензитет реакције везе кочнице. Дато је: $R = 30 \text{ cm}$.



Предметни наставник:
 Проф. др Оливера Јовановић

Сарадник:
 Раде Грујичић

ПРВИ ЗАДАТАК



ЧВОР D

$$\vec{P} = P\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}$$

$$\vec{S}_4 = S_4 \frac{-5}{\sqrt{34}}\vec{i} + S_4 \frac{-3}{\sqrt{34}}\vec{j} + S_4 \frac{0}{\sqrt{34}}\vec{k}$$

$$\vec{S}_5 = S_5 \frac{5}{\sqrt{29}}\vec{i} + S_5 \frac{-2}{\sqrt{29}}\vec{j} + S_5 \frac{0}{\sqrt{29}}\vec{k}$$

$$\vec{S}_6 = 0\vec{i} + 0\vec{j} + S_6\vec{k}$$

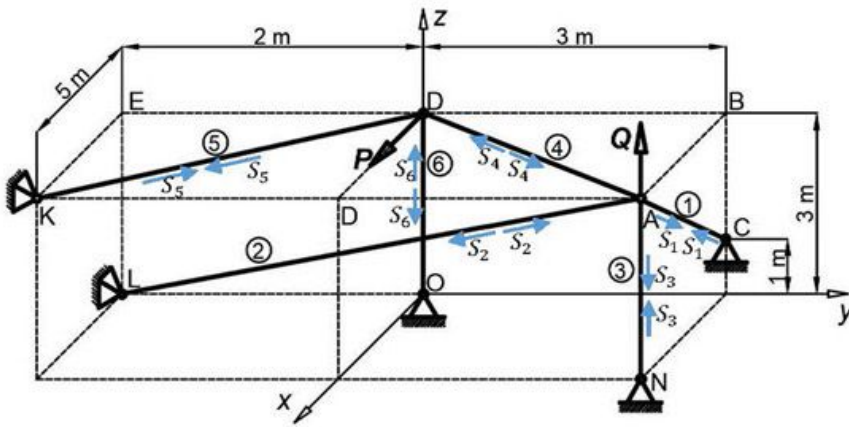
$$\left. \begin{aligned} F_{rx} = 0 &\Rightarrow P - \frac{5S_4}{\sqrt{34}} + \frac{5S_5}{\sqrt{29}} = 0 \quad \dots (1) \\ F_{ry} = 0 &\Rightarrow -\frac{3S_4}{\sqrt{34}} - \frac{2S_5}{\sqrt{29}} = 0 \quad \dots (2) \\ F_{rz} = 0 &\Rightarrow \boxed{S_6 = 0} \quad \dots (3) \end{aligned} \right\}$$

$$(2) \Rightarrow -\frac{3}{\sqrt{34}}S_4 = \frac{2}{\sqrt{29}}S_5 \Rightarrow S_4 = -\frac{2\sqrt{34}}{3\sqrt{29}}S_5 \quad \dots (*)$$

$$(1) \Rightarrow P - \frac{5}{\sqrt{34}}\left(-\frac{2\sqrt{34}}{3\sqrt{29}}S_5\right) + \frac{5}{\sqrt{29}}S_5 = 0 \Rightarrow 4 + \frac{10}{3\sqrt{29}}S_5 + \frac{5}{\sqrt{29}}S_5 = 0$$

$$4 + \frac{10}{3\sqrt{29}}S_5 + \frac{15}{3\sqrt{29}}S_5 = 0 \Rightarrow 4 + \frac{25}{3\sqrt{29}}S_5 = 0 \Rightarrow \boxed{S_5} = -4 \frac{3\sqrt{29}}{25} = \boxed{-\frac{12\sqrt{29}}{25}}$$

$$(*) \Rightarrow \boxed{S_4} = -\frac{2\sqrt{34}}{3\sqrt{29}}S_5 = -\frac{2\sqrt{34}}{3\sqrt{29}}\left(-\frac{12\sqrt{29}}{25}\right) = \boxed{\frac{8\sqrt{34}}{25}}$$



ЧВОРА

$$\vec{Q} = 0\vec{i} + 0\vec{j} + Q\vec{k}$$

$$\vec{S}_1 = S_1 \frac{-5}{\sqrt{29}}\vec{i} + S_1 \frac{0}{\sqrt{29}}\vec{j} + S_1 \frac{-2}{\sqrt{29}}\vec{k}$$

$$\vec{S}_2 = S_2 \frac{5}{\sqrt{59}}\vec{i} + S_2 \frac{5}{\sqrt{59}}\vec{j} + S_2 \frac{3}{\sqrt{59}}\vec{k}$$

$$\vec{S}_3 = 0\vec{i} + 0\vec{j} - S_3\vec{k}$$

$$\vec{S}_4 = S_4 \frac{5}{\sqrt{34}}\vec{i} + S_4 \frac{3}{\sqrt{34}}\vec{j} + S_4 \frac{0}{\sqrt{34}}\vec{k}$$

$$\left. \begin{aligned} F_{rx} = 0 &\Rightarrow -\frac{5}{\sqrt{29}}S_1 + \frac{5}{\sqrt{59}}S_2 + \frac{5}{\sqrt{34}}S_4 = 0 \quad \dots (4) \\ F_{ry} = 0 &\Rightarrow \frac{5}{\sqrt{59}}S_2 + \frac{3}{\sqrt{34}}S_4 = 0 \quad \dots (5) \\ F_{rz} = 0 &\Rightarrow Q - \frac{2}{\sqrt{29}}S_1 + \frac{3}{\sqrt{59}}S_2 - S_3 = 0 \quad \dots (6) \end{aligned} \right\}$$

$$(5) \Rightarrow \frac{5}{\sqrt{59}}S_2 = -\frac{3}{\sqrt{34}}S_4 \Rightarrow S_2 = -\frac{3\sqrt{59}}{5\sqrt{34}}S_4 \Rightarrow \boxed{S_2} = -\frac{3\sqrt{59} \cdot 8\sqrt{34}}{5\sqrt{34} \cdot 25} = \boxed{-\frac{24\sqrt{59}}{125}}$$

$$(4) \Rightarrow -\frac{5}{\sqrt{29}}S_1 - \frac{5}{\sqrt{59}} \frac{24\sqrt{59}}{125} + \frac{5}{\sqrt{34}} \frac{8\sqrt{34}}{25} = 0 \Rightarrow -\frac{5}{\sqrt{29}}S_1 - \frac{24}{25} + \frac{40}{25} = 0$$

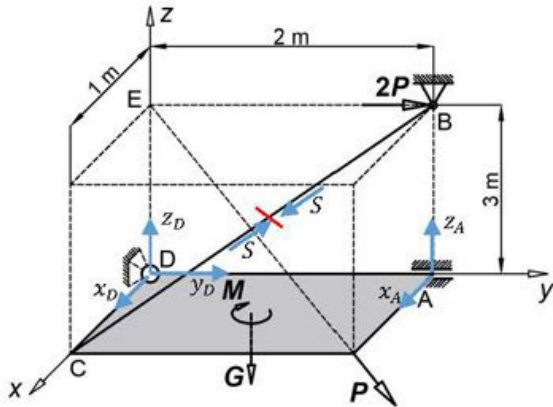
$$-\frac{5}{\sqrt{29}}S_1 + \frac{16}{25} = 0 \Rightarrow \frac{5}{\sqrt{29}}S_1 = \frac{16}{25} \Rightarrow \boxed{S_1} = \frac{16\sqrt{29}}{125}$$

$$(6) \Rightarrow 6 - \frac{2}{\sqrt{29}} \frac{16\sqrt{29}}{125} - \frac{3}{\sqrt{59}} \frac{24\sqrt{59}}{125} - S_3 = 0 \Rightarrow 6 - \frac{32}{125} - \frac{72}{125} - S_3 = 0$$

$$\frac{750}{125} - \frac{104}{125} - S_3 = 0 \Rightarrow \boxed{S_3} = \frac{646}{125}$$

	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6
истезање	$\frac{16\sqrt{29}}{125}$	$\frac{24\sqrt{59}}{125}$	$\frac{646}{125}$			0
притисак				$\frac{8\sqrt{34}}{25}$	$\frac{12\sqrt{29}}{25}$	

ДРУГИ ЗАДАТАК



$$\vec{P} = P \frac{1}{\sqrt{14}} \vec{i} + P \frac{2}{\sqrt{14}} \vec{j} + P \frac{-3}{\sqrt{14}} \vec{k}$$

$$\vec{G} = 0\vec{i} + 0\vec{j} - G\vec{k}$$

$$\vec{S} = S \frac{-1}{\sqrt{14}} \vec{i} + S \frac{2}{\sqrt{14}} \vec{j} + S \frac{3}{\sqrt{14}} \vec{k}$$

$$\vec{R}_D = x_D \vec{i} + y_D \vec{j} + z_D \vec{k}$$

$$\vec{R}_A = x_A \vec{i} + 0\vec{j} + z_A \vec{k}$$

$$\vec{M} = 0\vec{i} + 0\vec{j} - M\vec{k}$$

$$\vec{M}_D^{\vec{P}} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 2 & 0 \\ P & 2P & -3P \end{vmatrix} = \frac{-6P}{\sqrt{14}} \vec{i} + \frac{3P}{\sqrt{14}} \vec{j} + 0\vec{k}$$

$$\vec{M}_D^{\vec{G}} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0,5 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -G \end{vmatrix} = -G\vec{i} + 0,5G\vec{j} + 0\vec{k}$$

$$\vec{M}_D^{\vec{S}} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & 0 \\ -S & 2S & 3S \end{vmatrix} = 0\vec{i} - \frac{3S}{\sqrt{14}} \vec{j} + \frac{2S}{\sqrt{14}} \vec{k}$$

$$\vec{M}_D^{\vec{R}_D} = 0\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}$$

$$\vec{M}_D^{\vec{R}_A} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 2 & 0 \\ x_A & 0 & z_A \end{vmatrix} = 2z_A \vec{i} + 0\vec{j} - 2x_A \vec{k}$$

$$\left. \begin{aligned} M_{R_x} = 0 &\Rightarrow \frac{-6P}{\sqrt{14}} - G + 2z_A = 0 & \dots (1) \\ M_{R_y} = 0 &\Rightarrow \frac{3P}{\sqrt{14}} + 0,5G - \frac{3S}{\sqrt{14}} = 0 & \dots (2) \\ M_{R_z} = 0 &\Rightarrow -M + \frac{2S}{\sqrt{14}} - 2x_A = 0 & \dots (3) \end{aligned} \right\}$$

$$(1) \Rightarrow 2z_A = \frac{6P}{\sqrt{14}} + G \Rightarrow \boxed{z_A} = \frac{3P}{\sqrt{14}} + \frac{G}{2} = \boxed{\frac{12}{\sqrt{14}} + \frac{1}{2}}$$

$$(2) \Rightarrow \frac{3S}{\sqrt{14}} = \frac{3P}{\sqrt{14}} + 0,5G \Rightarrow \boxed{S} = \frac{\sqrt{14}}{3} \left(\frac{3P}{\sqrt{14}} + 0,5G \right) = \frac{\sqrt{14}}{3} \left(\frac{12}{\sqrt{14}} + 1 \right) = \boxed{4 + \frac{\sqrt{14}}{3}}$$

$$(3) \Rightarrow 2x_A = -M + \frac{2S}{\sqrt{14}} \Rightarrow x_A \Rightarrow \boxed{x_A} = -\frac{M}{2} + \frac{S}{\sqrt{14}} = -1 + \frac{1}{\sqrt{14}} \left(4 + \frac{\sqrt{14}}{3} \right) = \boxed{-\frac{2}{3} + \frac{4}{\sqrt{14}}}$$

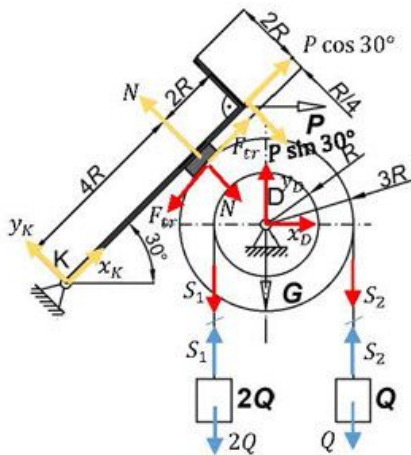
$$\left. \begin{aligned} F_{R_x} = 0 &\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{14}}P - \frac{1}{\sqrt{14}}S + x_D + x_A = 0 & \dots (4) \\ F_{R_y} = 0 &\Rightarrow \frac{2}{\sqrt{14}}P + \frac{2}{\sqrt{14}}S + y_D = 0 & \dots (5) \\ F_{R_z} = 0 &\Rightarrow -\frac{3}{\sqrt{14}}P - G + \frac{3}{\sqrt{14}}S + z_D + z_A = 0 & \dots (6) \end{aligned} \right\}$$

$$(4) \Rightarrow \boxed{x_D} = -\frac{1}{\sqrt{14}}P + \frac{1}{\sqrt{14}}S - x_A = -\frac{4}{\sqrt{14}} + \frac{1}{\sqrt{14}} \left(4 + \frac{\sqrt{14}}{3} \right) + \frac{2}{3} - \frac{4}{\sqrt{14}} = \boxed{1 - \frac{4}{\sqrt{14}}}$$

$$(5) \Rightarrow \boxed{y_D} = -\frac{2}{\sqrt{14}}P - \frac{2}{\sqrt{14}}S = -\frac{8}{\sqrt{14}} - \frac{2}{\sqrt{14}} \left(4 + \frac{\sqrt{14}}{3} \right) = \boxed{-\frac{2}{3} - \frac{16}{\sqrt{14}}}$$

$$(6) \Rightarrow \boxed{z_D} = \frac{3}{\sqrt{14}}P + G - \frac{3}{\sqrt{14}}S - z_A = \frac{12}{\sqrt{14}} + 2 - \frac{3}{\sqrt{14}} \left(4 + \frac{\sqrt{14}}{3} \right) - \frac{12}{\sqrt{14}} - \frac{1}{2} = \boxed{\frac{1}{2} - \frac{12}{\sqrt{14}}}$$

ТРЕЋИ ЗАДАТАК



$$S_1 = 2Q = 12 \text{ kN}$$

$$S_2 = Q = 6 \text{ kN}$$

$$\sum M_D = 0 \Rightarrow S_2 \cdot 3R - S_1 \cdot R - F_{tr} \cdot 3R = 0 \Rightarrow F_{tr} = \frac{3S_2 - S_1}{3} = \frac{18 - 12}{3} = 2 \text{ kN}$$

$$F_{tr} = \mu N \Rightarrow N = \frac{F_{tr}}{\mu} = \frac{2}{0,2} = 10 \text{ kN}$$

$$\sum M_K = 0 \Rightarrow N \cdot 4R + F_{tr} \cdot \frac{R}{4} - P \sin 30^\circ \cdot 6R = 0 \Rightarrow \boxed{P} = \frac{4N + F_{tr}/4}{6 \sin 30^\circ} = \boxed{13,5 \text{ kN}}$$

Кочница:

$$\sum x_i = 0 \Rightarrow x_K + F_{tr} + P \cos 30^\circ = 0 \Rightarrow x_K = -F_{tr} - P \cos 30^\circ = -2 - 13,5 \frac{\sqrt{3}}{2} = -13,69$$

$$\sum y_i = 0 \Rightarrow y_K + N - P \sin 30^\circ = 0 \Rightarrow y_K = P \sin 30^\circ - N = 13,5 \frac{1}{2} - 10 = -3,25$$

$$\boxed{R_K} = \sqrt{x_K^2 + y_K^2} = \sqrt{13,69^2 + 3,25^2} = \boxed{14,07 \text{ kN}}$$