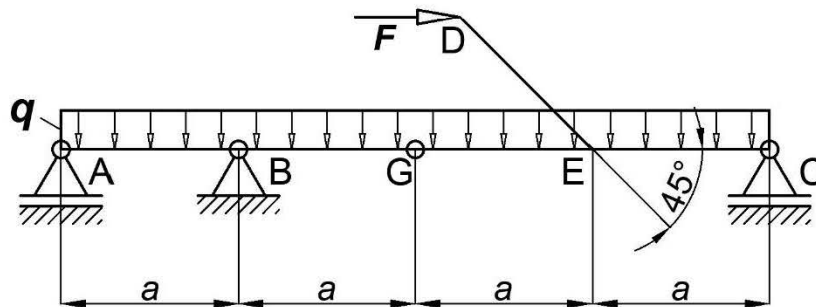


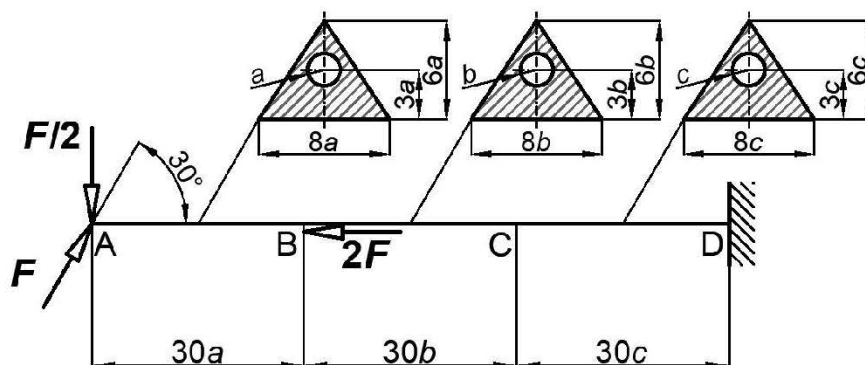
ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ ТЕХНИЧКЕ МЕХАНИКЕ I

1. Одредити реакције ослонаца носача приказаног на слици и нацртати статичке дијаграме.

Дато је: $q = 2 \text{ kN/m}$, $a = 2 \text{ m}$, $F = 2qa$ и $\overline{DE} = a\sqrt{2}$.



2. Одредити положај тежишта попречног пресека хомогеног конзолног носача приказаног на слици и аксијалне моменте инерције за тежишне осе. Потом димензионисати носач ако је дозвољени нормални напон 10 kN/cm^2 . Дато је: $F = 4 \text{ kN}$ и $4a = 3b = 2c$.

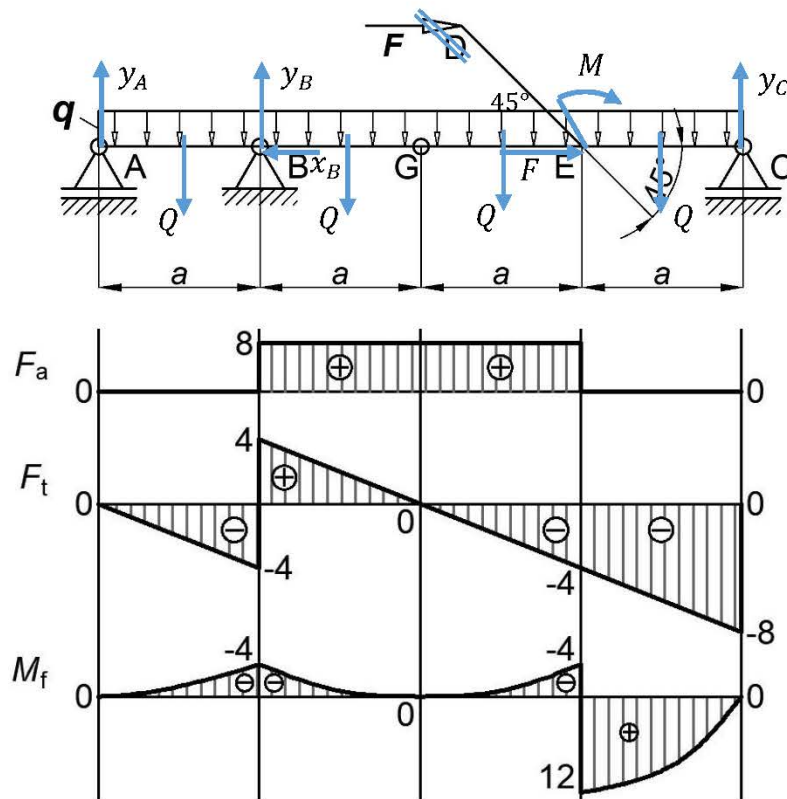


Предметни наставник:
 Проф. др Оливера Јовановић

Сарадник:
 Раде Грујичић

ПРВИ ЗАДАТАК

Одредити реакције ослонаца носача приказаног на слици и нацртати статичке дијаграме. Дато је: $q = 2 \text{ kN/m}$, $a = 2 \text{ m}$, $F = 2qa$ и $\overline{DE} = a\sqrt{2}$.



$$M = F \cdot \overline{DE} \sin 45^\circ = F \cdot a\sqrt{2} \frac{\sqrt{2}}{2} = Fa = 16 \text{ kNm}$$

$$Q = aq = 2 \cdot 2 = 4 \text{ kN}$$

$$1. M_G^d = 0 \Rightarrow y_C \cdot 2a - Q \cdot 1,5a - M - Q \cdot 0,5a = 0 \Rightarrow \boxed{y_C} = \frac{4 \cdot 1,5 \cdot 2 + 16 + 4 \cdot 0,5 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \boxed{8 \text{ kN}}$$

$$2. \sum M_A = 0 \Rightarrow y_C \cdot 4a - Q \cdot 3,5a - M - Q \cdot 2,5a - Q \cdot 1,5a + y_B \cdot a - Q \cdot 0,5a = 0$$

$$\boxed{y_B} = \frac{-8 \cdot 4 \cdot 2 + 4 \cdot 3,5 \cdot 2 + 16 + 4 \cdot 2,5 \cdot 2 + 4 \cdot 1,5 \cdot 2 + 4 \cdot 0,5 \cdot 2}{2} = \boxed{8 \text{ kN}}$$

$$3. \sum y_i = 0 \Rightarrow y_A + y_B + y_C - 4Q = 0 \Rightarrow \boxed{y_A} = -y_B - y_C + 4Q = -8 - 8 + 4 \cdot 4 = \boxed{0}$$

$$4. \sum x_i = 0 \Rightarrow -x_B + F = 0 \Rightarrow \boxed{x_B} = F = \boxed{8 \text{ kN}}$$

Провјера: $M_G^l = 0 \Rightarrow y_A \cdot 2a + y_B \cdot a - 2Q \cdot a = 0 \Rightarrow 0 \cdot 2 \cdot 2 + 8 \cdot 2 - 2 \cdot 4 \cdot 2 = 0 \Rightarrow 0 = 0$

$$M_A^l = 0$$

$$M_B^l = y_A \cdot a - Q \cdot 0,5a = -4 \cdot 0,5 \cdot 2 = -4 \text{ kNm}$$

$$M_G = 0$$

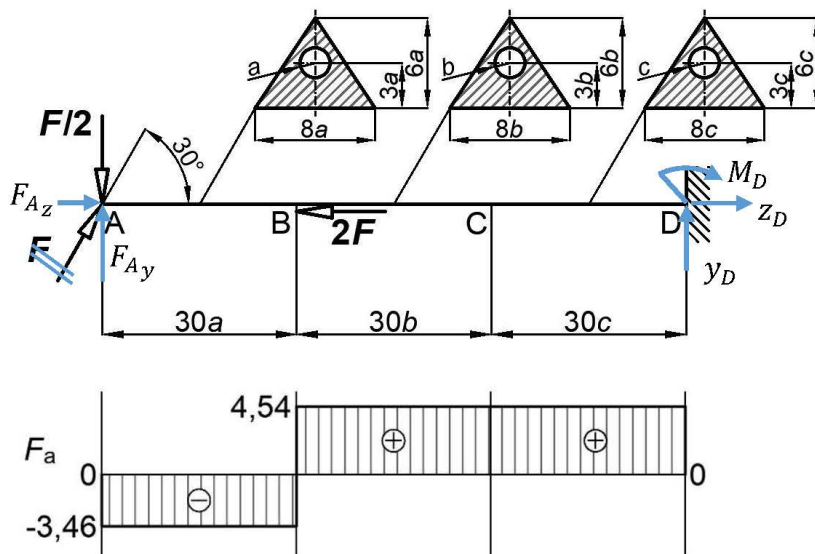
$$M_{E[L]}^d = y_C \cdot a - Q \cdot 0,5a - M = 8 \cdot 2 - 4 \cdot 0,5 \cdot 2 - 16 = -4 \text{ kNm}$$

$$M_{E[D]}^d = y_C \cdot a - Q \cdot 0,5a - M = 8 \cdot 2 - 4 \cdot 0,5 \cdot 2 = 12 \text{ kNm}$$

$$M_C^d = 0$$

ДРУГИ ЗАДАТАК

Одредити положај тежишта попречног пресека хомогеног конзолног носача приказаног на слици и аксијалне моменте инерције за тежишне осе. Потом димензионисати носач ако је дозвољени нормални напон 10 kN/cm^2 . Дато је: $F = 4 \text{ kN}$ и $4a = 3b = 2c$.



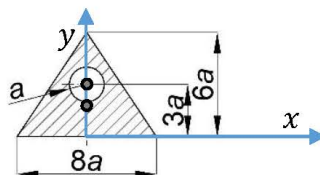
$$F_{Az} = F \cos 30^\circ = 4 \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} = 3,46 \text{ kN}, \quad F_{Ay} = F \sin 30^\circ = 4 \frac{1}{2} = 2 \text{ kN}$$

$$1. \sum z_i = 0 \Rightarrow F_{Az} - 2F + z_D = 0 \Rightarrow 3,46 - 8 + z_D = 0 \Rightarrow \boxed{z_D = 4,54 \text{ kN}}$$

$$2. \sum y_i = 0 \Rightarrow F_{Ay} - \frac{F}{2} + y_D = 0 \Rightarrow 2 - 2 + y_D = 0 \Rightarrow \boxed{y_D = 0}$$

$$3. \sum M_A = 0 \Rightarrow F_{Ay} \cdot (30a + 30b + 30c) - \frac{F}{2} \cdot (30a + 30b + 30c) + M_D = 0 \Rightarrow \boxed{M_D = 0}$$

Тежиште попречног пресека



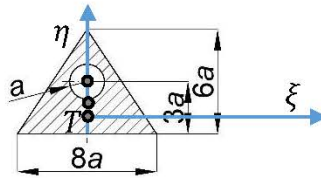
	x_c	y_c	A	I_t	I_n
троугао	0	$\frac{1}{3}6a = 2a$	$\frac{8a \cdot 6a}{2} = 24a^2$	$\frac{8a(6a)^3}{36} = 48a^4$	$\frac{(8a)^3 6a}{36} = \frac{256}{3}a^4$
круг	0	$3a$	$a^2\pi$	$\frac{(2a)^4\pi}{64} = \frac{a^4\pi}{4}$	$\frac{(2a)^4\pi}{64} = \frac{a^4\pi}{4}$

$$A = A_\Delta - A_\circ = 24a^2 - a^2\pi = a^2(24 - \pi) = 20,85a^2$$

$$x_T = \frac{x_\Delta A_\Delta - x_\circ A_\circ}{A} = 0$$

$$y_T = \frac{y_\Delta A_\Delta - y_\circ A_\circ}{A} = \frac{2a \cdot 24a^2 - 3a \cdot a^2\pi}{a^2(24 - \pi)} = \frac{a^3(48 - 3\pi)}{a^2(24 - \pi)} = 1,85a$$

Аксијални моменти инерције за тежишне осе



$$I_{\xi_{\Delta}} = I_{t_{\Delta}} + \eta_{\Delta}^2 A_{\Delta} = I_{t_{\Delta}} + (y_{\Delta} - y_T)^2 A_{\Delta} = 48a^4 + (2a - 1,85a)^2 24a^2 = 48,54a^4$$

$$I_{\eta_{\Delta}} = I_{n_{\Delta}} + \xi_{\Delta}^2 A_{\Delta} = I_{n_{\Delta}} + (x_{\Delta} - x_T)^2 A_{\Delta} = I_{n_{\Delta}} = \frac{256}{3} a^4 = 85,33a^4$$

$$I_{\xi_o} = I_{t_o} + \eta_o^2 A_o = I_{t_o} + (y_o - y_T)^2 A_o = \frac{a^4 \pi}{4} + (3a - 1,85a)^2 a^2 \pi = 4,94a^4$$

$$I_{\eta_o} = I_{n_o} + \xi_o^2 A_o = I_{n_o} + (x_o - x_T)^2 A_o = I_{n_o} = \frac{a^4 \pi}{4} = 0,79a^4$$

$$I_{\xi} = I_{\xi_{\Delta}} - I_{\xi_o} = 48,54a^4 - 4,94a^4 = 43,6a^4$$

$$I_{\eta} = I_{\eta_{\Delta}} - I_{\eta_o} = 85,33a^4 - 0,79a^4 = 84,54a^4$$

Димензионисање носача

Нормални напон при аксијалном напрезању добија се из релације:

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

Пошто сегменти В-С и С-Д трпе исту аксијалну силу, критичнији је онај чији је попречни пресјек мањи. У поставци задатка је дефинисано:

$$3b = 2c \Rightarrow b = \frac{2}{3}c,$$

што значи да је $b < c$ и да је критичнији сегмент В-С.

Из поставке задатка се уочава да је:

$$4a = 3b \Rightarrow a = \frac{3}{4}b,$$

односно да је попречни пресјек сегмента А-В мањи од попречног пресјека сегмента В-С. Међутим, на основу дијаграма се уочава да он трпи мању силу, па је прије димензионисања потребно установити у ком је сегменту већи напон.

$$\sigma_{AB} = \frac{F_{AB}}{A_{AB}} = \frac{3,46 \text{ kN}}{20,85a^2} = \frac{0,17 \text{ kN}}{a^2}$$

$$\sigma_{BC} = \frac{F_{BC}}{A_{BC}} = \frac{F_{BC}}{20,85b^2} = \frac{F_{BC}}{20,85\left(\frac{4}{3}a\right)^2} = \frac{4,54 \text{ kN}}{20,85\frac{16}{9}a^2} = \frac{0,12 \text{ kN}}{a^2}$$

Дакле, критични сегмент је А-В.

$$\sigma_{AB} \leq \sigma_{doz}$$

$$\frac{0,17 \text{ kN}}{a^2} \leq 10 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \Rightarrow \frac{0,17}{10} \text{ cm}^2 \leq a^2 \Rightarrow a \geq \sqrt{\frac{0,17}{10}} \text{ cm}^2 = 0,13 \text{ cm}$$