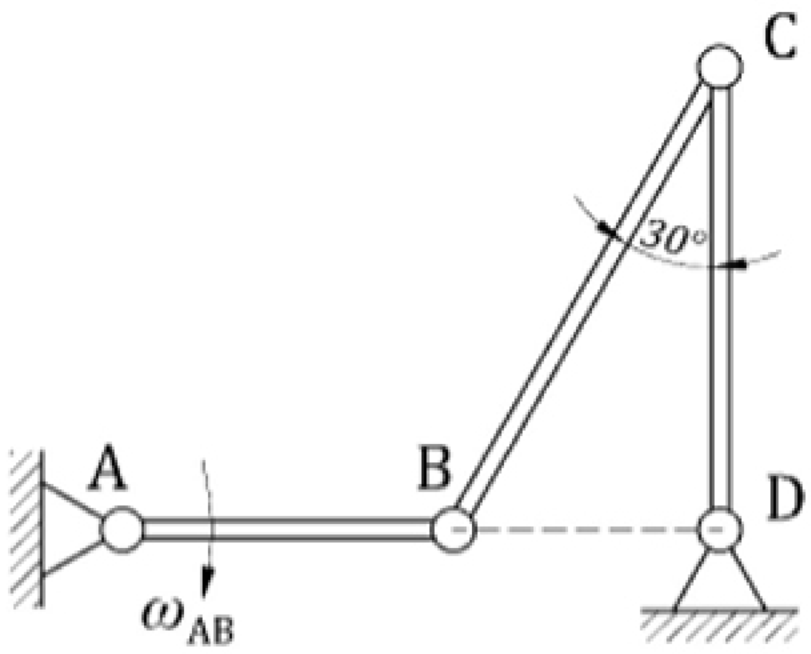
ПОПРАВНИ ЗАВРШНОГ ИСПИТА ИЗ ТЕХНИЧКЕ МЕХАНИКЕ II

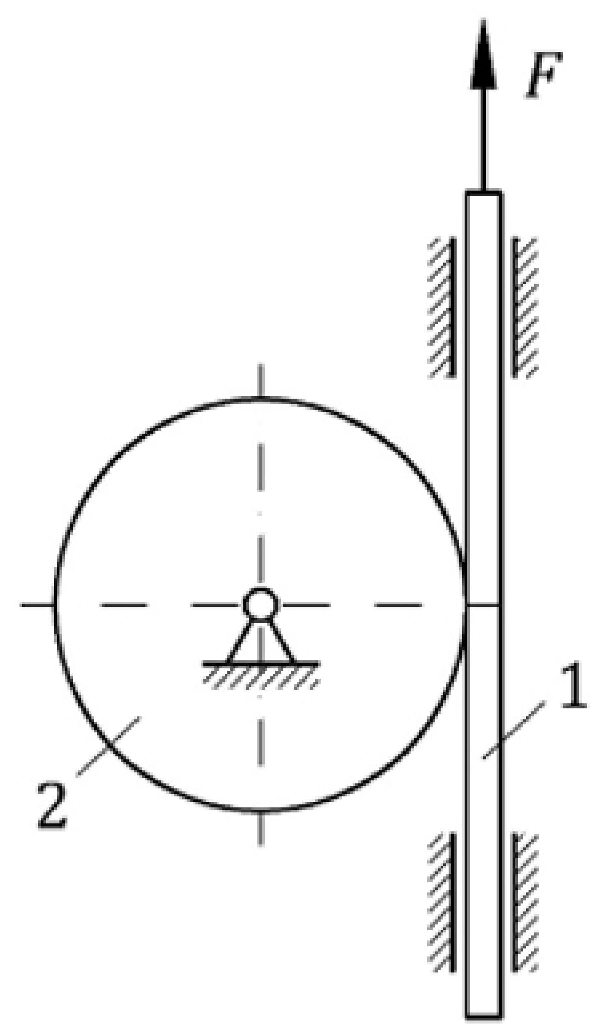
1. Полуга AB дужине $\sqrt{3}\,\mathrm{m}$ обрће се константном угаоном брзином од 2 rad/s. Ако дужина полуге CD износи 1,5 m, за положај механизма приказан на слици, одредити:

- брзину зглоба C,
- угаону брзину полуге BC и
- убрзање тачке B,
- а потом вријеме потребно да зглоб B опише два круга.



2. Зупчаста летва 1 масе $m_1 = 2m$ доводи се у кретање, из стања мировања, посредством константне силе $F = 2m_1 g$. Летва је спрегнута са зупчаником 2 (хомогени кружни диск) масе $m_2 = 4m$, полупречника $2R$. Систем се налази у вертикалној равни.

- Написати једначине кретања појединачних тијела и одредити тангенцијалну силу која се јавља у контакту зупчасте летве и зупчаника.
- Примјеном закона о промјени кинетичке енергије, одредити ход летве до тренутка када њен центар инерције достигне брзину $\sqrt{2g}$ [m/s].
- Одредити брзину произвољне тачке на обиму диска након три секунде од почетка кретања.
- Одредити закон пута зупчасте летве примјеном основне једначине динамике.



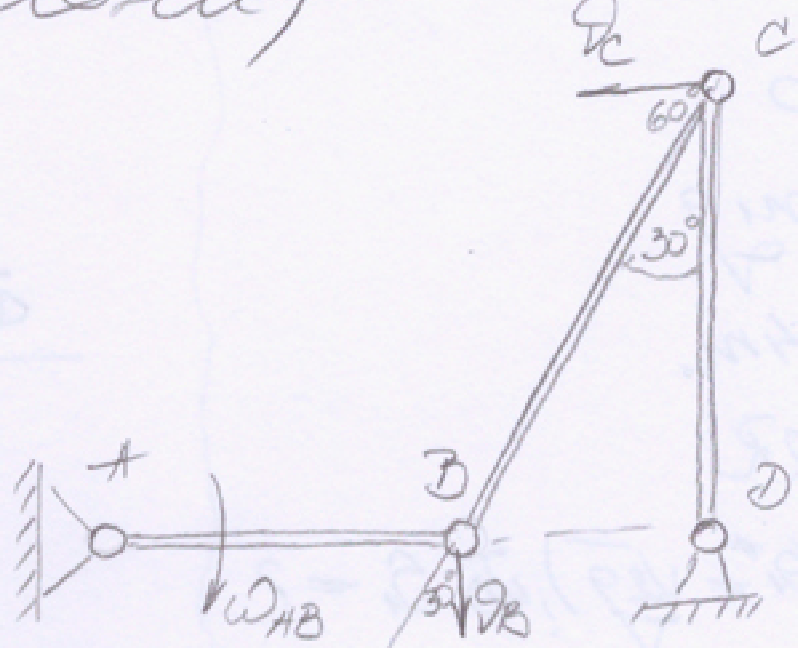
Задаци (поправни)

(1) $\overline{AB} = \sqrt{3}\,m$

$\omega_{AB} = 2\,s^{-1} = const$

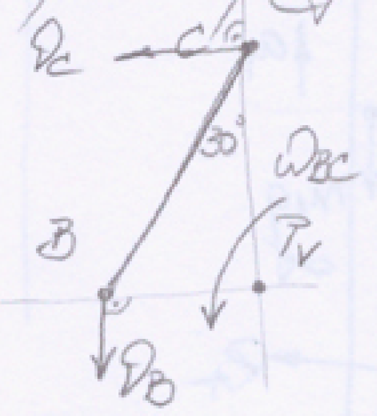
$\omega_{CD}, \omega_{BC}, a_B, t^*(N_B^* = 2) = ?$

$\overline{CD} = 1,5\,m$



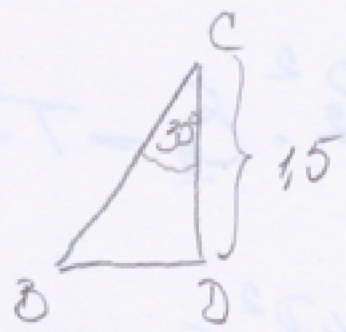
$\vec{v}_B \perp \overline{AB}$ $\vec{v}_C \perp \overline{CD}$ $v_B = AB\cdot\omega_{AB} = 2\sqrt{3}\ m/s$

1. начин за одређивање v_C (преко тренутног пола брзина)



$$v_B = \overline{BP_V}\cdot\omega_{BC} \Rightarrow \omega_{BC} = \frac{v_B}{\overline{BP_V}} = \frac{v_B}{\overline{BD}} = \frac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 4\,s^{-1}$$

$$v_C = \overline{CP_V}\cdot\omega_{BC} = \overline{CD}\cdot\omega_{BC} = 1,5\cdot 4 = 6\ m/s$$

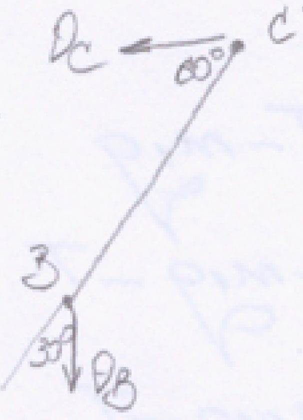


$$tg\,30° = \frac{\overline{BD}}{\overline{CD}} \Rightarrow \overline{BD} = \overline{CD}\cdot tg\,30°$$

$$\overline{BD} = 1,5\cdot\frac{\sin 30°}{\cos 30°} = 1,5\cdot\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1,5}{\sqrt{3}} = \frac{3}{2\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{BD}^2 + \overline{CD}^2} = \sqrt{\frac{3}{4} + \frac{9}{4}} = \sqrt{3}$$

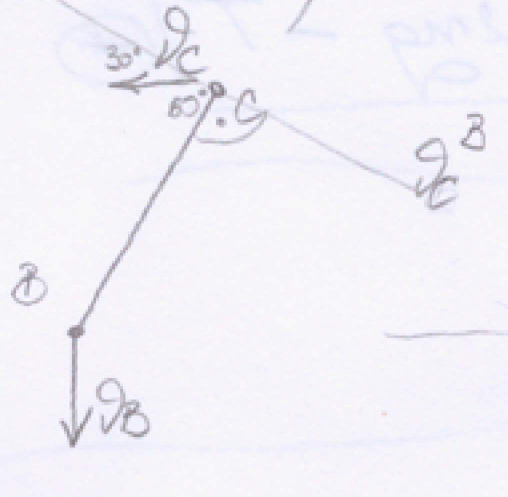
2. начин (преко последице теореме о брзинама)



$$v_C \cos 60° = v_B \cos 30°$$

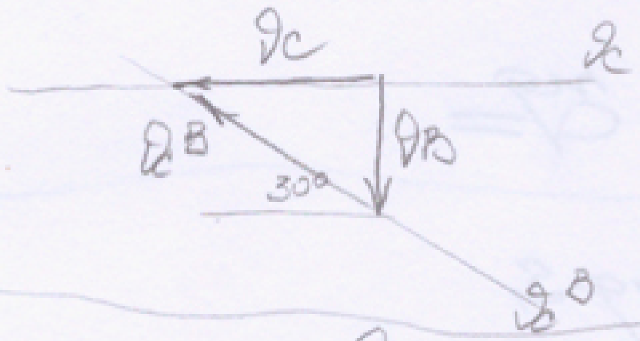
$$v_C = \frac{v_B\cdot\cos 30°}{\cos 60°} = \frac{2\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = 6\ m/s$$

3. начин (преко теореме о брзинама)



$$\vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_C^B$$

↓ ← ⊥BC



$$v_B = v_C^B \sin 30° \Rightarrow v_C^B = \frac{v_B}{\sin 30°} = \frac{2\sqrt{3}}{\frac{1}{2}} = 4\sqrt{3}\ m/s$$

$$v_C = v_C^B \cos 30° = 4\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 2\cdot 3 = 6\ m/s$$

$$v_C^B = \overline{BC}\cdot\omega_{BC} \Rightarrow \omega_{BC} = \frac{v_C^B}{\overline{BC}} = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 4\,s^{-1}$$

$$v_C = \overline{CD}\cdot\omega_{CD} \Rightarrow \omega_{CD} = \frac{v_C}{\overline{CD}} = \frac{6}{1,5} = 4\,s^{-1}$$

Због B врши кружно кретање $\Rightarrow \vec{a}_B = \vec{a}_B^t + \vec{a}_B^n$

$a_B^t = \overline{AB}\cdot\varepsilon_{AB} = 0$ $(\varepsilon_{AB} = \dot{\omega}_{AB} = 0\ (\omega_{AB} = const))$

$a_B^n = \overline{AB}\cdot\omega_{AB}^2 = \sqrt{3}\cdot 4 = 4\sqrt{3}$

$\vec{a}_B = \vec{a}_B^n \Rightarrow a_B = a_B^n = 4\sqrt{3}\ m/s^2$

$$N_B = \frac{\varphi_B}{2\pi} = \frac{\int_0^t \omega_{AB}\,dt}{2\pi} = \frac{2t}{2\pi} = \frac{t}{\pi} \Rightarrow t = \pi\cdot N_B \Rightarrow t^* = \pi\cdot N_B^* = 2\pi\,s = 6,28\,s$$

② $m_1 = 2m$

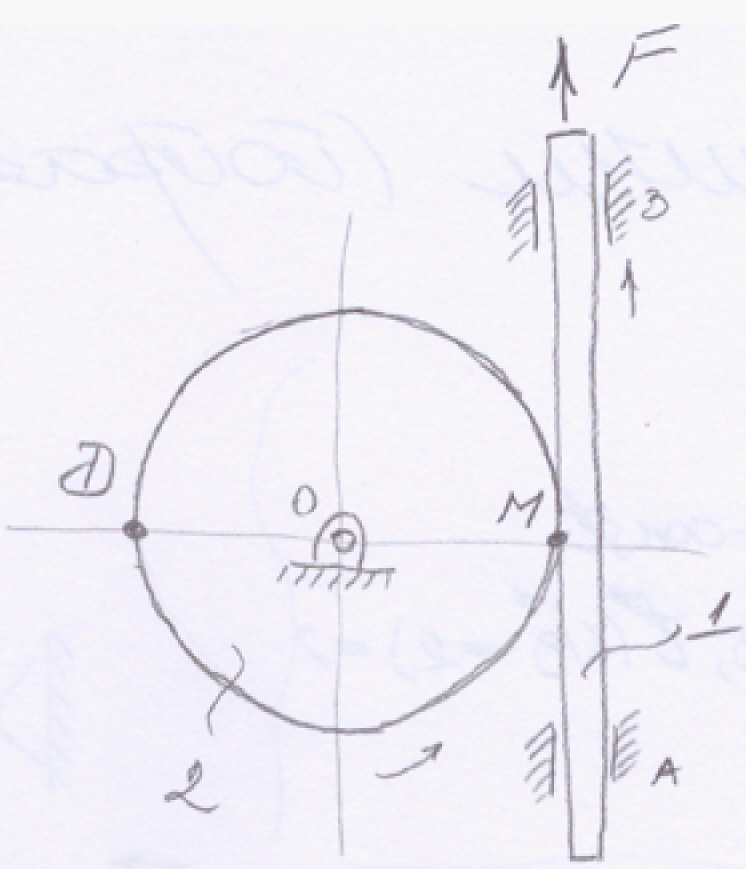
$\vartheta_{S_0} = 0$

$F = 2m_1 g$

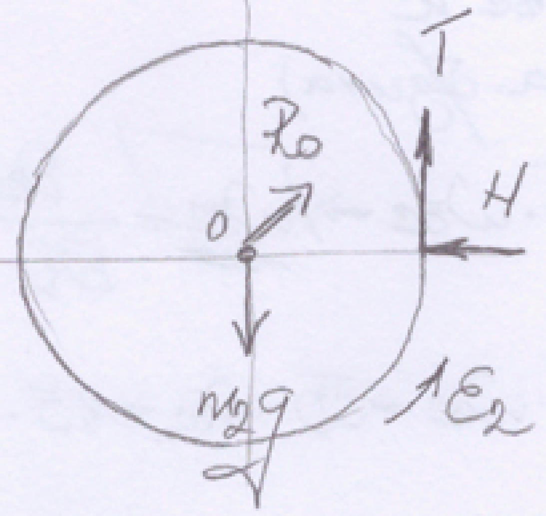
$m_2 = 4m$

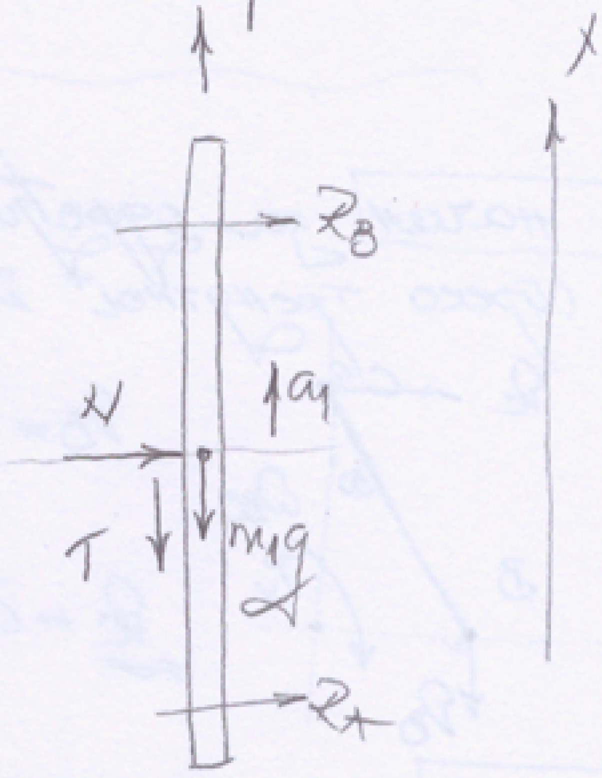
$R_2 = 2R$

$T,\ S_1^*(\vartheta_1^* = \sqrt{2g}),\ \vartheta_D,\ S_1 = ?$



$$J_{O_2} \cdot \varepsilon_2 = \sum M_O$$





$$\frac{m_2 \cdot R_2^2}{2} \cdot \varepsilon_2 = T \cdot R_2$$

$$\frac{4m \cdot 4R^2}{2} \cdot \varepsilon_2 = T \cdot 2R$$

$$8mR^2 \cdot \varepsilon_2 = 2T \cdot R \Rightarrow \boxed{4mR \cdot \varepsilon_2 = T} \quad (*)$$

$$m_1 \cdot \vec{a_1} = \sum \vec{F_i} + \sum \vec{R_i}$$

$$x:\ m_1 \cdot a_1 = F - T - m_1 g$$

$$2ma_1 = 2m_1 g - m_1 g - T$$

$$2ma_1 = 4mg - 2mg - T$$

$$\boxed{2ma_1 = 2mg - T} \quad (\#)$$

$$\left.\begin{array}{l} \vartheta_M = R_2 \cdot \omega_2 \\ \vartheta_M = \vartheta_1 \end{array}\right\} \vartheta_1 = R_2 \cdot \omega_2 \Big/ \frac{d}{dt}$$

$$a_1 = R_2 \cdot \varepsilon_2$$

$$\underline{a_1 = 2R \cdot \varepsilon_2} \rightarrow (\#)$$

$$2m \cdot 2R\varepsilon_2 = 2mg - T \Rightarrow \underline{\varepsilon_2 = \frac{2mg - T}{4mR}} \rightarrow (*)$$

$$\cancel{4mR} \cdot \frac{2mg - T}{\cancel{4mR}} = T \Rightarrow 2mg = 2T \Rightarrow \underline{\underline{T = mg}}$$

$$E_{K_2} - \underset{0\,(\vartheta_{S_0}=0)}{E_{K_0}} = A_{\text{вк}} \Rightarrow \frac{m_1 \cdot \vartheta_1^2}{2} + \frac{J_2 \cdot \omega_2^2}{2} = F \cdot S_1 - m_1 g \cdot S_1$$

$$\omega_2 = \vartheta_1 / R_2$$

$$\frac{2m \cdot \vartheta_1^2}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{m_2 \cancel{R_2^2}}{2} \cdot \frac{\vartheta_1^2}{\cancel{R_2^2}} = S_1 (2m_1 g - m_1 g)$$

$$m\vartheta_1^2 + \frac{1}{4} \cdot 4m \cdot \vartheta_1^2 = S_1 \cdot m_1 g \Rightarrow S_1 = \frac{2m\vartheta_1^2}{2mg} \Rightarrow S_1 = \frac{\vartheta_1^2}{g} \Rightarrow S_1^* = \frac{\vartheta_1^{*2}}{g}$$

$$\underline{S_1^*} = \frac{2g}{g} = \underline{\underline{2\,м}}$$

$$a_1 = \frac{2mg - mg}{2m} = \frac{mg}{2m} = \frac{g}{2}$$

$$a_1 = const \Rightarrow \underline{\underline{S_1}} = \underset{0}{\vartheta_{1_0}} \cdot t + \frac{a_1 \cdot t^2}{2} = \frac{g}{2} \cdot \frac{t^2}{2} = \underline{\underline{\frac{gt^2}{4}}}$$

$$\vartheta_D = R_2 \cdot \omega_2$$

$$\varepsilon_2 = \frac{T}{4mR} = \frac{mg}{4mR} = \frac{g}{4R}$$

$$\omega_2 = \underset{0}{\omega_{2_0}} + \varepsilon_2 \cdot t$$

$$\vartheta_D = 2R \cdot \frac{g}{4R} \cdot t = \frac{gt}{2}$$

$$\vartheta_{D3} = \underline{\underline{14,72}}\ м/с$$