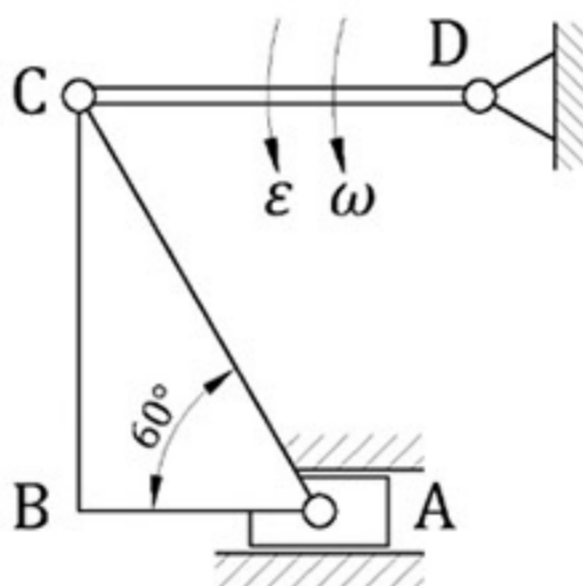


ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ ТЕХНИЧКЕ МЕХАНИКЕ II

1. Брзина тачке мијења се према закону $\vec{v} = 4t\vec{i} + 3t\vec{j}$. Кретање је започела из положаја $M_0(1,2)$. Одредити:
- угао између брзине и убрзања тачке у тренутку $t_2 = 2 \text{ s}$;
 - закон пута;
 - полупречник кривине путање након двије секунде од почетка кретања;
 - удаљеност тачке од координатног почетка након двије секунде од почетка кретања.
2. Угаона брзина криваје CD, дужине 1,5 m, у приказаном положају механизма, износи 2 s^{-1} , а угаоно убрзање 4 s^{-2} . Ако је $\overline{CB} = 0,75 \text{ m}$, за приказани положај система одредити:
- брзину клизача A;
 - брзину тачке B;
 - убрзање зглоба D;
 - убрзање клизача A.



① $\vec{v} = 4t\vec{i} + 3t\vec{j}$ $M_0(1,2)$

* надо узнать скорость и ускорения

$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = 4\vec{i} + 3\vec{j} \Rightarrow \vec{a}_2 = 4\vec{i} + 3\vec{j} \Rightarrow a_2 = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ м/с}^2$

$\vec{v} = 4t\vec{i} + 3t\vec{j} \Rightarrow \vec{v}_2 = 8\vec{i} + 6\vec{j} \Rightarrow v_2 = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \text{ м/с}^2$

$\angle = \angle(\vec{v}_2, \vec{a}_2)$

$\cos \angle = \frac{\vec{v}_2 \cdot \vec{a}_2}{v_2 \cdot a_2} = \frac{(8\vec{i} + 6\vec{j}) \cdot (4\vec{i} + 3\vec{j})}{10 \cdot 5} = \frac{32 + 18}{50} = 1 \Rightarrow \underline{\underline{\angle = 0^\circ}}$

* закон пути

$v = \sqrt{(4t)^2 + (3t)^2} = \sqrt{25t^2} = 5t$

$\underline{\underline{s}} = s_0 \pm \int_{t_0=0}^t v dt = s_0 \pm \int_0^t 5t dt = \underline{\underline{s_0 \pm \frac{5t^2}{2}}}$

* тангенциальная скорость

$a_t = \dot{v} = \frac{d}{dt}(5t) = 5 \text{ м/с}^2 \Rightarrow a_{t2} = 5 \text{ м/с}^2$

$a_{n2} = \sqrt{a_2^2 - a_{t2}^2} = \sqrt{25 - 25} = 0$

$a_n = \frac{v^2}{R_k} \Rightarrow \underline{\underline{R_{k2}}} = \frac{v_2^2}{a_{n2}} = \frac{100}{0} = \underline{\underline{\infty}}$

* уравнения движения от координатной оси движения

$\left. \begin{aligned} v_x &= 4t \\ v_x &= \frac{dx}{dt} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \int_1^x dx = \int_0^t 4t dt \Rightarrow x-1 = 4 \frac{t^2}{2} \Rightarrow x = 1 + 2t^2$

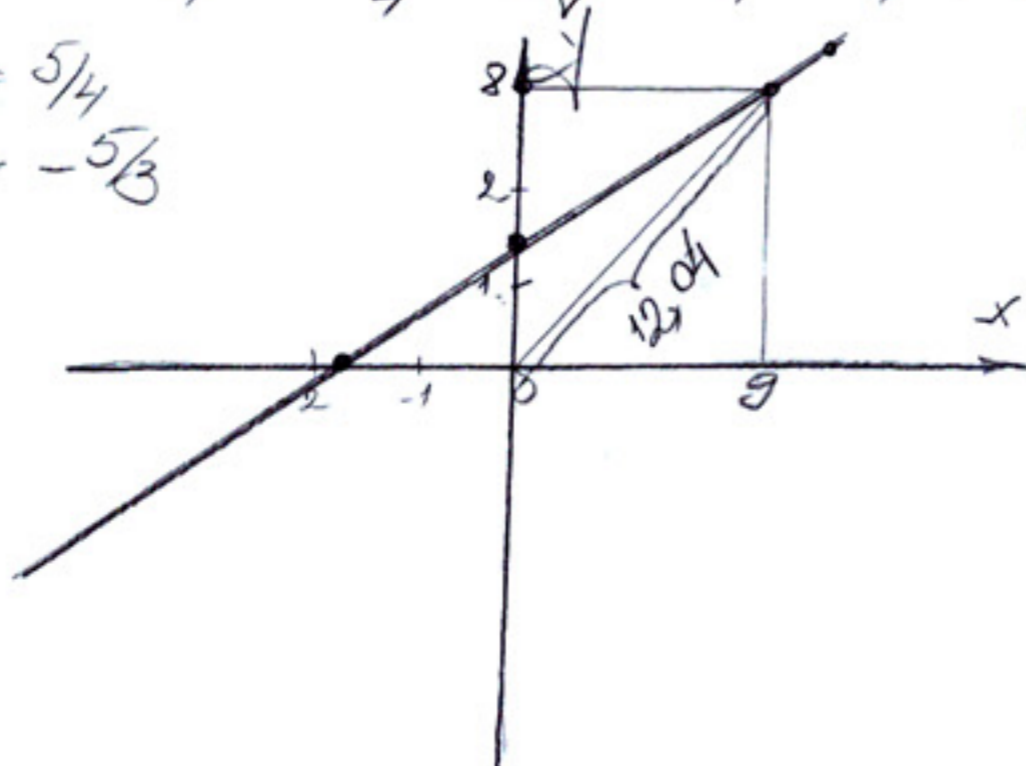
$\left. \begin{aligned} v_y &= 3t \\ v_y &= \frac{dy}{dt} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \int_2^y dy = \int_0^t 3t dt \Rightarrow y-2 = 3 \frac{t^2}{2} \Rightarrow y = 2 + \frac{3}{2}t^2$

$x = 1 + 2t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{x-1}{2}$

$y = 2 + \frac{3}{2} \frac{x-1}{2} = 2 + \frac{3}{4}x - \frac{3}{4} \Rightarrow y = \frac{5}{4} + \frac{3}{4}x$

за $x=0 \Rightarrow y = 5/4$

за $y=0 \Rightarrow x = -5/3$



$x_2 = 1 + 2 \cdot 4 = 9 \text{ м}$

$y_2 = 2 + \frac{3}{2} \cdot 4 = 8 \text{ м}$

$\underline{\underline{r_2}} = \sqrt{x_2^2 + y_2^2}$

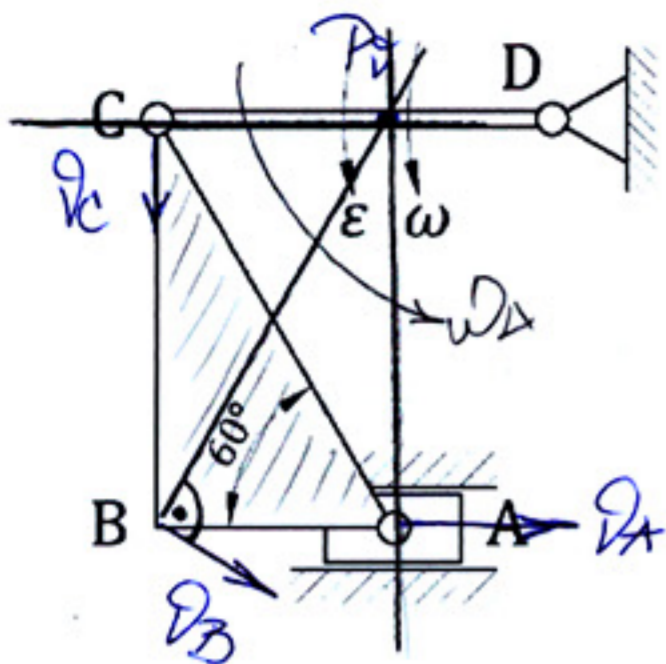
$= \sqrt{81 + 64} = \sqrt{145}$

$= \underline{\underline{12.04 \text{ м}}}$

2) $v_A, v_B = ?$

$$\sin 60^\circ = \frac{\overline{CB}}{\overline{CA}} \Rightarrow \underline{\overline{CA}} = \frac{\overline{CB}}{\sin 60^\circ} = \frac{0,75}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1,5}{\sqrt{3}} = \underline{0,5\sqrt{3} \text{ m}}$$

$$\underline{\overline{BA}} = \overline{CA} \cos 60^\circ = 0,5\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = \underline{0,25\sqrt{3} \text{ m}}$$



Са смисле се уграда свежете

$$\overline{CP_B} = \overline{BA} = 0,25\sqrt{3} \text{ m}$$

$$\overline{BP_B} = \overline{CA} = 0,5\sqrt{3} \text{ m}$$

$$\overline{AP_B} = \overline{CB} = 0,75 \text{ m}$$

$$\left. \begin{aligned} v_C &= \overline{CD} \cdot \omega_{CD} \\ v_C &= \overline{CP_B} \cdot \omega_{\Delta} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \omega_{\Delta} = \frac{\overline{CD}}{\overline{CP_B}} \omega_{CD} = \frac{1,5}{0,25\sqrt{3}} \cdot 2$$

$$\underline{\omega_{\Delta}} = \frac{3}{0,25\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \underline{4\sqrt{3} \text{ s}^{-1}}$$

$$\underline{v_A} = \overline{AP_B} \cdot \omega_{\Delta} = 0,75 \cdot 4\sqrt{3} = \underline{3\sqrt{3} \text{ m/s}}$$

$$\underline{v_B} = \overline{BP_B} \cdot \omega_{\Delta} = 0,5\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3} = \underline{6 \text{ m/s}}$$

Све вртне поком срезања зглоб D је нивоизат, па су и брзина и убрзање зглоба D у било ком временском тренутку једнаки нули.

$$\underline{\underline{\vec{a}_C = \vec{a}_C^t + \vec{a}_C^n}}$$

$$a_C^t = \overline{CD} \cdot \epsilon_{CD} = 1,5 \cdot 4 = 6 \text{ m/s}^2$$

$$a_C^n = \overline{CD} \cdot \omega_{CD}^2 = 1,5 \cdot 2^2 = 6 \text{ m/s}^2$$

$$\underline{\underline{\vec{a}_A = \vec{a}_C + \vec{a}_{AT}^C + \vec{a}_{AN}^C}}$$

$$\underline{\underline{\vec{a}_A = \vec{a}_C^t + \vec{a}_C^n + \vec{a}_{AT}^C + \vec{a}_{AN}^C}}$$

$$\left. \begin{aligned} a_{AN}^C &= \overline{AC} \omega_{\Delta}^2 \\ &= 0,5\sqrt{3} \cdot (4\sqrt{3})^2 \\ &= 24\sqrt{3} \text{ m/s}^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\textcircled{a_A} = a_C^n + \textcircled{a_{AT}^C} \cos 30^\circ - a_{AN}^C \cos 60^\circ \quad (1)$$

$$0 = -a_C^t + \textcircled{a_{AT}^C} \sin 30^\circ + a_{AN}^C \sin 60^\circ \quad (2)$$

стварају
супрости

$$(2) \Rightarrow a_{AT}^C = \frac{a_C^t - a_{AN}^C \sin 60^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{6 - 24\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = -60 \text{ m/s}^2$$

$$a_{AT}^C = \overline{AC} \epsilon_{\Delta} \Rightarrow \underline{\underline{\epsilon_{\Delta}}} = \frac{a_{AT}^C}{\overline{AC}} = \frac{60}{0,5\sqrt{3}} = \underline{40\sqrt{3} \text{ s}^{-2}}$$

$$(1) \Rightarrow \underline{\underline{a_A}} = 6 - 60 \frac{\sqrt{3}}{2} - 24\sqrt{3} \frac{1}{2} = 6 - 42\sqrt{3} = \underline{-66,75 \text{ m/s}^2}$$