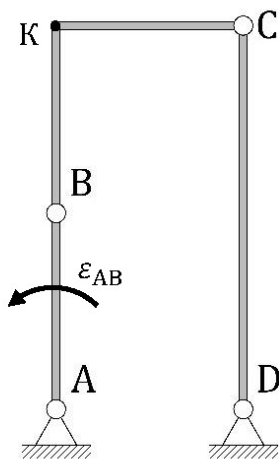


### ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ ТЕХНИЧКЕ МЕХАНИКЕ II

1. Убрзање материјалне тачке се мијења према закону  $\vec{a} = 4\vec{i} + 6t^2\vec{j}$ . Кретање је започела из положаја  $M_0(0,2)$  брзином  $4\vec{i}$ . Одредити:
  - угао између брзине и убрзања тачке у тренутку  $t_1 = 1$  s;
  - линију путање и путању;
  - тангенцијално убрзање у тренутку  $t_1 = 1$  s;
  - полупречник закривљености трајекторије у тренутку  $t_1 = 1$  s.
2. Угаоно убрзање криваје АВ, која је кретање започела угаоном брзином од  $2 \text{ s}^{-1}$  мијења се према закону  $\varepsilon_{AB} = 2t$ . Након једне секунде од почетка кретања механизам заузима положај приказан на слици. Ако је  $\overline{AB} = 0,5$  m,  $\overline{CD} = 1$  m и  $\overline{AD} = 0,5$  m, за приказани положај механизма одредити:
  - убрзање зглоба В;
  - брзину тачке К на угаонику.



## ПРВИ ЗАДАТАК

$$\vec{a} = 4\vec{i} + 6t^2\vec{j}, \quad \vec{r}_0 = 2\vec{j}, \quad \vec{v}_0 = 4\vec{i}$$

угао између брзине и убрзања тачке у тренутку  $t_1 = 1$  s

$$\left. \begin{array}{l} a_x = 4 \\ a_x = \frac{dv_x}{dt} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{dv_x}{dt} = 4 \Rightarrow \int_{v_{x0}=4}^{v_x} dv_x = 4 \int_0^t dt \Rightarrow v_x = 4 + 4t$$

$$\left. \begin{array}{l} a_y = 6t^2 \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{dv_y}{dt} = 6t^2 \Rightarrow \int_{v_{y0}=0}^{v_y} dv_y = 6 \int_0^t t^2 dt \Rightarrow v_y = 6 \frac{t^3}{3} = 2t^3$$

$$\vec{v} = (4 + 4t)\vec{i} + 2t^3\vec{j}$$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{a}_1 = 4\vec{i} + 6 \cdot 1^2\vec{j} = 4\vec{i} + 6\vec{j} \\ \vec{v}_1 = (4 + 4 \cdot 1)\vec{i} + 2 \cdot 1^3\vec{j} = 8\vec{i} + 2\vec{j} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a_1 = \sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{52} \\ v_1 = \sqrt{8^2 + 2^2} = \sqrt{68} \end{array} \right\}$$

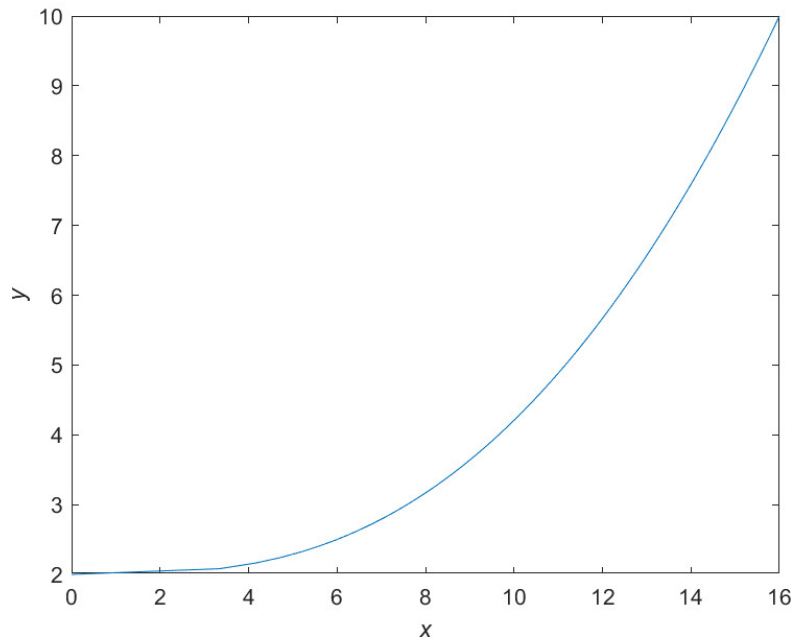
$$\alpha = \sphericalangle(\vec{v}_1, \vec{a}_1), \cos \alpha = \frac{\vec{v}_1 \cdot \vec{a}_1}{v_1 a_1} = \frac{(8\vec{i} + 2\vec{j}) \cdot (4\vec{i} + 6\vec{j})}{\sqrt{68}\sqrt{52}} = \frac{32 + 12}{\sqrt{3536}} = 0,7399 \Rightarrow \alpha = 42,27^\circ$$

линија путање и путања

$$\left. \begin{array}{l} v_x = 4 + 4t \\ v_x = \frac{dx}{dt} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{dx}{dt} = 4 + 4t \Rightarrow \int_{x_0=0}^x dx = \int_0^t (4 + 4t) dt \Rightarrow x = 4t + 4 \frac{t^2}{2} = 4t + 2t^2$$

$$\left. \begin{array}{l} v_y = 2t^3 \\ v_y = \frac{dy}{dt} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{dy}{dt} = 2t^3 \Rightarrow \int_{y_0=2}^y dy = \int_0^t 2t^3 dt \Rightarrow y = 2 + 2 \frac{t^4}{4} = 2 + \frac{t^4}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 4t + 2t^2 \\ y = 2 + \frac{t^4}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 4^4 \sqrt{2(y-2)} + 2\sqrt{2(y-2)} \\ t = \pm \sqrt[4]{2(y-2)} = \sqrt[4]{2(y-2)} \end{array} \right\}$$



$$t \in [0, +\infty) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = [0, +\infty) \\ y = [2, +\infty) \end{array} \right\}$$

тангенцијално убрзање у тренутку  $t_1 = 1$  s

$$\vec{v} = (4 + 4t)\vec{i} + 2t^3\vec{j} \Rightarrow v = \sqrt{(4 + 4t)^2 + (2t^3)^2} = \sqrt{16 + 32t + 16t^2 + 4t^6}$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{32 + 32t + 24t^5}{2\sqrt{16 + 32t + 16t^2 + 4t^6}}$$

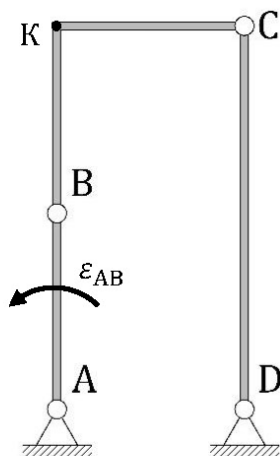
$$a_{t_1} = \frac{32 + 32 + 24}{2\sqrt{16 + 32 + 16 + 4}} = 5,336$$

полупречник закривљености трајекторије у тренутку  $t_1 = 1$  s

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = \sqrt{52} \\ a_1 = \sqrt{a_{t_1}^2 + a_{n_1}^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \sqrt{a_{t_1}^2 + a_{n_1}^2} = \sqrt{52} \Rightarrow a_{n_1}^2 = 52 - 5,336^2 \Rightarrow a_{n_1} = 4,85$$

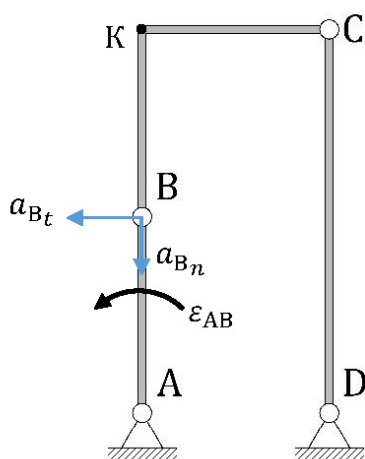
$$\left. \begin{array}{l} a_{n_1} = 4,85 \\ a_{n_1} = \frac{v_1^2}{R_{k_1}} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{v_1^2}{R_{k_1}} = 4,85 \Rightarrow R_{k_1} = \frac{v_1^2}{4,85} = \frac{\sqrt{68}^2}{4,85} = \mathbf{14,019}$$

## ДРУГИ ЗАДАТАК



$$\omega_{AB_0} = 2, \quad \varepsilon_{AB} = 2t, \quad \overline{AB} = 0,5 \text{ m}, \quad \overline{CD} = 1 \text{ m}, \quad \overline{AD} = 0,5 \text{ m}$$

### убрзање зглоба В



Тачка В врши кружно кретање око тачке А. Стога има двије компоненте убрзања – тангенцијалну и нормалну.

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_{AB} = 2t \\ \varepsilon_{AB} = \frac{d\omega_{AB}}{dt} \end{array} \right\} \Rightarrow d\omega_{AB} = 2t dt \Rightarrow \int_{\omega_{AB_0}=2}^{\omega_{AB}} d\omega_{AB} = 2 \int_0^t t dt \Rightarrow \omega_{AB} = 2 + t^2$$

$$\varepsilon_{AB_1} = 2 \cdot 1 = 2, \quad \omega_{AB_1} = 2 + 1 = 3$$

$$\left. \begin{array}{l} a_{Bt_1} = \overline{AB} \cdot \varepsilon_{AB_1} = 0,5 \cdot 2 = 1 \\ a_{Bn_1} = \overline{AB} \cdot \omega_{AB_1}^2 = 0,5 \cdot 9 = 4,5 \end{array} \right\} \Rightarrow \mathbf{a}_{B_1} = \sqrt{1^2 + 4,5^2} = 4,61$$

### брзина тачке К на угаонику

$$v_{B_1} = \overline{AB} \cdot \omega_{AB_1} = 0,5 \cdot 3 = 1,5$$

Нормала на брзину тачке В и нормала на брзину тачке С су паралелне, тј. сијеку се у бесконачности. То значи да угаоник у посматраном положају врши транслаторно кретање. То даље значи да се свака тачка угаоника у посматраном положају креће на исти начин. Према томе,  $\vec{v}_{K_1} = \vec{v}_{B_1}$ , односно  $v_{K_1} = 1,5$ .

