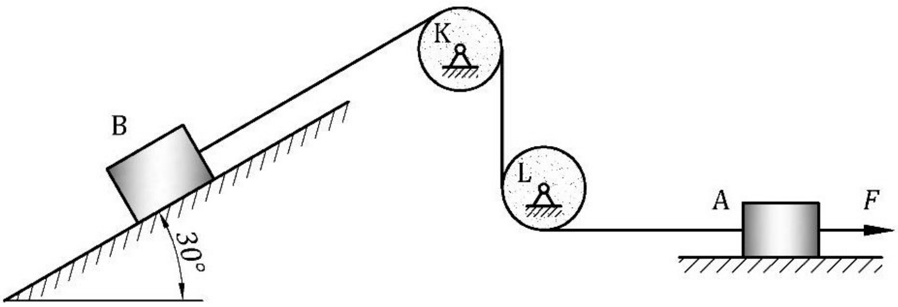
ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ ТЕХНИЧКЕ МЕХАНИКЕ II

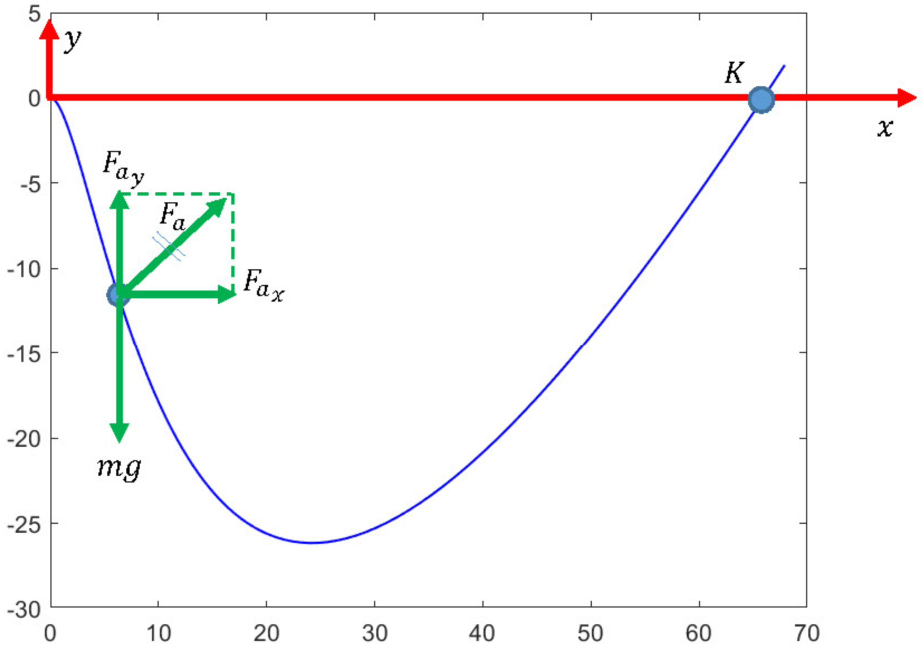
1. Одредити домет куглице масе m која се у вертикалној равни xOy Земљиног гравитационог поља избацује брзином од $3\vec{\imath}$, ако на њу дјелује сила $\vec{F}_a = (2 + t^2)m\vec{\imath} - (8 - 12t)m\vec{\jmath}$. Сви бројни подаци су дати у основним мјерним јединицама. Отпор ваздуха је занемарљив.

2. Тијело А, масе $3m$, почиње кретање брзином од $2\ \mathrm{m/s}$ по глаткој хоризонталној подлози. На њега дјелује константна сила F усмјерена у смјеру кретања. За тијело В, масе $2m$, везано је неистегљиво уже и пребачено преко котурова К и L, занемарљивих маса. Тијело В може да се креће по глаткој стрмој равни. Други крај ужета везан је за тијело А. Одредити интензитет силе F ако центар инерције тијела В има убрзање $a_{\mathrm{B}} = g$ и ако је $m = 0{,}17$ kg. Одредити пут који пређе тијело А до тренутка у коме његова брзина има вриједност $v_{\mathrm{A}} = 4{,}86\ \mathrm{m/s}$.



ПРВИ ЗАДАТАК

$$\vec{F_a} = (2+t^2)m\vec{i} - (8-12t)m\vec{j}$$



$$m\vec{a} = \vec{F} \Rightarrow \begin{cases} ma_x = (2+t^2)m \\ ma_y = -(8-12t)m - mg \end{cases}$$

$$\left.\begin{aligned} a_x &= 2+t^2 \\ a_x &= \frac{dv_x}{dt} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \int_3^{v_x} dv_x = \int_0^t (2+t^2)dt \Rightarrow v_x = 3+2t+\frac{t^3}{3}$$

$$\left.\begin{aligned} v_x &= 3+2t+\frac{t^3}{3} \\ v_x &= \frac{dx}{dt} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \int_0^{x} dx = \int_0^t \left(3+2t+\frac{t^3}{3}\right)dt \Rightarrow x = 3t+t^2+\frac{t^4}{12}$$

$$\left.\begin{aligned} a_y &= 12t-8-9{,}81 \\ a_y &= \frac{dv_y}{dt} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \int_0^{v_y} dv_y = \int_0^t (12t-17{,}81)dt \Rightarrow v_y = 6t^2-17{,}81t$$

$$\left.\begin{aligned} v_y &= 6t^2-17{,}81t \\ v_y &= \frac{dy}{dt} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \int_0^{y} dy = \int_0^t (6t^2-17{,}81t)dt \Rightarrow y = 2t^3-8{,}905t^2$$

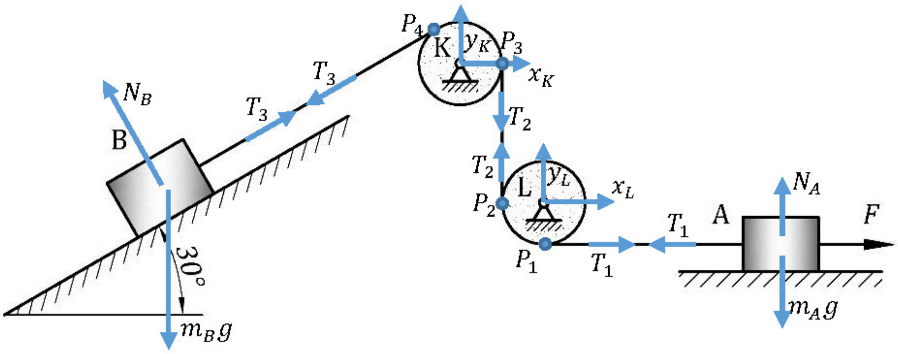
$$\left.\begin{aligned} y_K &= 0 \\ y_K &= 2t_K^3-8{,}905t_K^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow 2t_K^3-8{,}905t_K^2 = 0 \Rightarrow 2t_K = 8{,}905 \Rightarrow t_K = 4{,}4525$$

$$\boldsymbol{x_K} = 3t_K + t_K^2 + \frac{t_K^4}{12} = 3\cdot 4{,}4525 + 4{,}4525^2 + \frac{4{,}4525^4}{12} = \mathbf{65,934\ m}$$

ДРУГИ ЗАДАТАК

$$m_A = 3m, \qquad v_{A_0} = 2\ \mathrm{m/s}, \qquad F = \mathrm{const}, \qquad m_B = 2m, \qquad m_K = m_L = 0, \qquad \mu = 0$$

$$a_B = g, \qquad m = 0{,}17\ \mathrm{kg}, \qquad F = ?, \qquad s_A^*(v_A^* = 4{,}86\ \mathrm{m/s}) = ?$$



$$m_A\vec{a}_A = \vec{F}_A \Rightarrow \begin{cases} 3ma_A = F - T_1 \\ 3m \cdot 0 = N_A - m_A g \end{cases}$$

$$I_L\varepsilon_L = \sum M_L \Rightarrow 0 = T_1 r_L - T_2 r_L \Rightarrow T_1 = T_2 = T$$

$$I_K\varepsilon_K = \sum M_K \Rightarrow 0 = T_2 r_K - T_3 r_K \Rightarrow T_3 = T_2 = T$$

$$m_B\vec{a}_B = \vec{F}_B \Rightarrow \begin{cases} 2ma_B = T_3 - 2mg\sin 30° \\ 2m \cdot 0 = N_B - 2mg\cos 30° \end{cases}$$

Претходни систем једначина се своди на

$$\begin{aligned} 3ma_A &= F - T \\ 2ma_B &= T - 2mg\sin 30° \end{aligned}$$

Даље имамо сљедеће једнакости

$$v_A = v_{P_1} = v_{P_2} = v_{P_3} = v_{P_4} = v_B \Rightarrow a_A = a_B$$

Уврштавањем добијеног у претходни систем једначина добија се

$$\begin{aligned} 3ma_B &= F - T \\ 2ma_B &= T - 2mg\sin 30° \end{aligned}$$

Сабирањем претходне двије релације добијамо

$$5ma_B = F - 2mg\sin 30° \Rightarrow 5ma_B = F - mg \Rightarrow F = 5ma_B + mg$$

$$\boldsymbol{F} = 5mg + mg = \boldsymbol{6mg}$$

$$\left.\begin{aligned} a_A &= a_B = g \\ a_A &= \frac{dv_A}{dt}\frac{ds_A}{ds_A} = \frac{v_A dv_A}{ds_A} \end{aligned}\right\} \Rightarrow v_A dv_A = g ds_A \Rightarrow \int_2^{4{,}86} v_A dv_A = g\int_0^{s_A^*} ds_A$$

$$\frac{4{,}86^2}{2} - \frac{2^2}{2} = 9{,}81 s_A^* \Rightarrow \boldsymbol{s_A^*} = \frac{4{,}86^2 - 4}{2 \cdot 9{,}81} = \mathbf{1\ m}$$