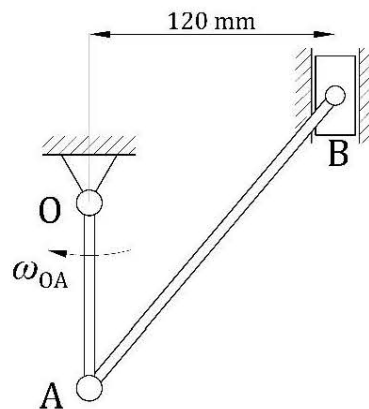


### ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ ТЕХНИЧКЕ МЕХАНИКЕ II

1. Убрзање тијела се мијења према закону  $\vec{a} = 24(t^3 + 1)\vec{i}$ . Ако су дати сљедећи почетни услови:  $v_{y0} = 2 \text{ m/s}$ ,  $x_0 = 1 \text{ m}$ , одредити:
  - закон пута;
  - нормално убрзање у тренутку  $t_1 = 1 \text{ s}$ .
2. Полука  $OA$  дужине  $60 \text{ mm}$  обрће се константном угаоном брзином од  $4 \text{ s}^{-1}$ . Ако је  $\overline{AB} = 200 \text{ mm}$ , за приказани положај одредити угаону брзину и угаоно убрзање полуке  $AB$ .



## ПРВИ ЗАДАТАК

Убрзање тијела се мијења према закону  $\vec{a} = 24(t^3 + 1)\vec{i}$ . Ако су дати сљедећи почетни услови:  $v_{y0} = 2 \text{ m/s}$ ,  $x_0 = 1 \text{ m}$ , одредити:

- закон пута;
- нормално убрзање у тренутку  $t_1 = 1 \text{ s}$ .

### Закон пута

$$\left. \begin{array}{l} a_x = 24(t^3 + 1) \\ a_x = \frac{dv_x}{dt} \end{array} \right\} \Rightarrow dv_x = 24(t^3 + 1)dt \Rightarrow \int_0^{v_x} dv_x = \int_0^t (24t^3 + 24)dt \Rightarrow v_x = 6t^4 + 24t$$

$$\left. \begin{array}{l} a_y = 0 \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} \end{array} \right\} \Rightarrow dv_y = 0dt \Rightarrow \int_2^{v_y} dv_y = 0 \int_0^t dt \Rightarrow v_y = 2$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(6t^4 + 24t)^2 + 2^2} = \sqrt{36t^8 + 288t^5 + 576t^2 + 4}$$

$$s = s_0 \pm \int_0^t v dt = s_0 \pm \int_0^t \sqrt{36t^8 + 288t^5 + 576t^2 + 4} dt$$

### Нормално убрзање

$$a^2 = a_x^2 + a_y^2 = (24(t^3 + 1))^2 = (24t^3 + 24)^2 \Rightarrow a = 24t^3 + 24 \Rightarrow a_1 = 48$$

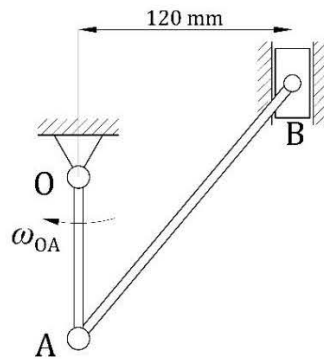
$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{1}{2\sqrt{36t^8 + 288t^5 + 576t^2 + 4}} (288t^7 + 1440t^4 + 1152t)$$

$$a_{t_1} = \frac{288 + 1440 + 1152}{2\sqrt{36 + 288 + 576 + 4}} = 47,894$$

$$a_1^2 = a_{t_1}^2 + a_{n_1}^2 \Rightarrow a_{n_1} = \sqrt{a_1^2 - a_{t_1}^2} = \sqrt{48^2 - 47,894^2} = 3,193$$

## ДРУГИ ЗАДАТАК

Полуга  $OA$  дужине  $60 \text{ mm}$  обрће се константном угаоном брзином од  $4 \text{ s}^{-1}$ . Ако је  $\overline{AB} = 200 \text{ mm}$ , за приказани положај одредити угаону брзину и угаоно убрзање полуге  $AB$ .

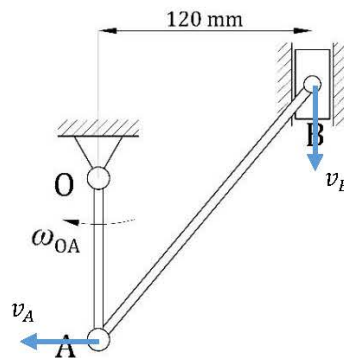


### Угаона брзина полуге $AB$

Тачка  $A$  врши кружно кретање око непомичног ослоња  $O$ . Стога њена брзина мора бити управна на правац  $OA$ , а смјер у складу са угаоном брзином  $\omega_{OA}$ .

$$v_A = \overline{OA} \omega_{OA} = 0,06 \cdot 4 = 0,24$$

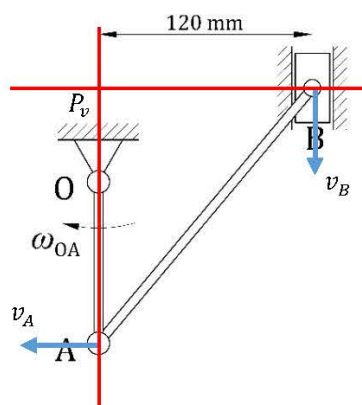
Клизач се креће транслаторно, јер га вођице приморавају да се креће на тај начин. Стога се свака његова тачка креће на исти начин – вертикално наниже у конкретном положају.



Тијело  $AB$  врши равно кретање. У тој ситуацији је брзине најлакше одредити преко пола брзина. Тијело које врши равно кретање се може посматрати као тијело које се обрће око тренутног пола брзина. Пол брзина се налази у пресеку нормала на брзине двије тачке посматраног тијела. Потребно је одредити удаљеност тачака од пола брзина.

$$\overline{AB}^2 = \overline{AP_v}^2 + \overline{BP_v}^2 \Rightarrow \overline{AP_v} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{BP_v}^2} = \sqrt{0,2^2 - 0,12^2} = 0,16$$

$$v_A = \overline{AP_v} \omega_{AB} \Rightarrow \omega_{AB} = \frac{v_A}{\overline{AP_v}} = \frac{0,24}{0,16} = 1,5$$



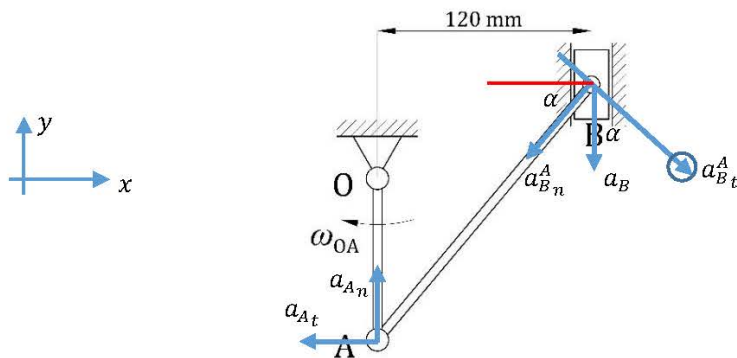
## Угаоно убрзање полуге АВ

Угаоно убрзање полуге АВ не можемо наћи као извод угаоне брзине пошто не знамо како се угаона брзина мијења, већ само знамо њену вриједност у посматраном положају.

Тачка А врши кружно кретање, па има и тангенцијалну и нормалну компоненту убрзања.

Тачка В врши праволинијско кретање, па има само тангенцијалну компоненту убрзања.

Пошто тијело АВ врши равно кретање, теорема о убрзањима повезује убрзања тачака А и В.



$$\sin \alpha = \frac{\overline{AP_v}}{\overline{AB}} = \frac{0,16}{0,2} = 0,8, \quad \cos \alpha = \frac{0,12}{0,2} = 0,6$$

$$\varepsilon_{OA} = \frac{d\omega_{OA}}{dt} = 0$$

$$a_{A_t} = \overline{OA}\varepsilon_{OA} = 0$$

$$a_{A_n} = \overline{OA}\omega_{OA}^2 = 0,06 \cdot 4^2 = 0,96$$

$$a_{B_t}^A = \overline{AB}\varepsilon_{AB}$$

$$a_{B_n}^A = \overline{AB}\omega_{AB}^2 = 0,2 \cdot 1,5^2 = 0,45$$

Смјер тангенцијалног убрзања тачке В око тачке А и смјер убрзања тачке В не знамо, па их претпостављамо.

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B_t}^A + \vec{a}_{B_n}^A$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_{A_t} + \vec{a}_{A_n} + \vec{a}_{B_t}^A + \vec{a}_{B_n}^A$$

$$\left. \begin{array}{l} x: 0 = -a_{A_t} + a_{B_t}^A \sin \alpha - a_{B_n}^A \cos \alpha \\ y: -a_B = a_{A_n} - a_{B_t}^A \cos \alpha - a_{B_n}^A \sin \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 0 = 0,8a_{B_t}^A - 0,45 \cdot 0,6 \\ -a_B = 0,96 - 0,6a_{B_t}^A - 0,45 \cdot 0,8 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} a_{B_t}^A = \frac{0,45 \cdot 0,6}{0,8} = 0,3375 \\ a_{B_t}^A = \overline{AB}\varepsilon_{AB} = 0,2\varepsilon_{AB} \end{array} \right\} \Rightarrow \varepsilon_{AB} = \frac{0,3375}{0,2} = \mathbf{1,6875}$$