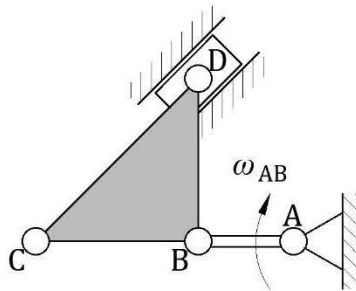


ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ ТЕХНИЧКЕ МЕХАНИКЕ II

1. Положај тачке се мијења према закону $\vec{r} = 2t^2\vec{i} + \sin(4t^2)\vec{j}$. Одредити:
 - линију путање и путању тачке;
 - тангенцијално убрзање тачке након двије секунде од почетка кретања;
 - полупречник закривљености путање у том тренутку;
 - угао између вектора положаја и вектора брзине у том тренутку.
2. У положају механизма приказаном на слици криваја АВ има угаону брзину од 4 s^{-1} и угаоно убрзање од 4 s^{-2} . Ако њена дужина износи 200 mm , а дужина катете једнакокраког правоуглог троугла 500 mm , за приказани положај одредити брзину зглоба С и убрзање клизача D.



ПРВИ ЗАДАТАК

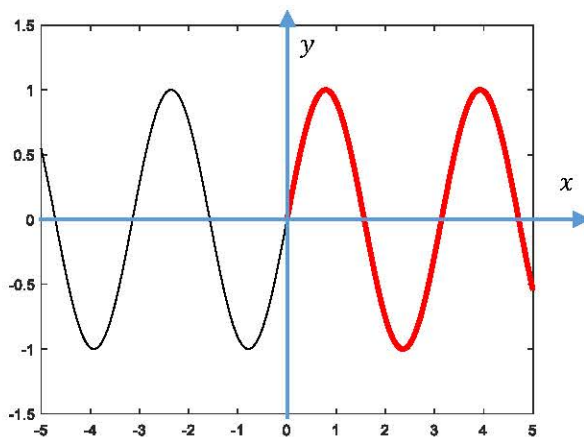
Положај тачке се мијења према закону $\vec{r} = 2t^2\vec{i} + \sin(4t^2)\vec{j}$. Одредити:

- линију путање и путању тачке;
- тангенцијално убрзање тачке након двије секунде од почетка кретања;
- полупречник закривљености путање у том тренутку;
- угао између вектора положаја и вектора брзине у том тренутку.

Линија путање и путања тачке

$$\left. \begin{array}{l} x = 2t^2 \\ y = \sin(4t^2) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t^2 = \frac{x}{2} \\ y = \sin\left(4 \cdot \frac{x}{2}\right) \end{array} \right\} \Rightarrow y = \sin(2x)$$

$$t \in [0, +\infty) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \in [0, +\infty) \\ y \in [-1, 1] \end{array} \right.$$



Тангенцијално убрзање тачке након двије секунде од почетка кретања

$$\left. \begin{array}{l} v_x = \dot{x} = 4t \\ v_y = \dot{y} = 8t \cos(4t^2) \end{array} \right\} \Rightarrow v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(4t)^2 + (8t \cos(4t^2))^2} = \sqrt{16t^2 + 64t^2 \cos^2(4t^2)}$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{32t + 128t \cdot \cos^2(4t^2) + 64t^2 \cdot 2 \cos(4t^2) \cdot (-\sin(4t^2)) \cdot 8t}{2\sqrt{16t^2 + 64t^2 \cos^2(4t^2)}}$$

$$a_{t_2} = \frac{64 + 256 \cos^2(16) + 256 \cdot 2 \cos(16) \cdot (-\sin(16)) \cdot 16}{2\sqrt{64 + 256 \cos^2(16)}} = -56,69$$

Полупречник закривљености путање након двије секунде од почетка кретања

$$\left. \begin{array}{l} a_x = \dot{v}_x = 4 \\ a_y = \dot{v}_y = 8 \cdot \cos(4t^2) + 8t \cdot (-\sin(4t^2)) \cdot 8t \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a_{x_2} = 4 \\ a_{y_2} = 8 \cos(16) - 256 \sin(16) = 66,04 \end{array} \right\}$$

$$a_2 = \sqrt{a_{x_2}^2 + a_{y_2}^2} = \sqrt{4^2 + 66,04^2} = 66,16$$

$$a_2 = \sqrt{a_{t_2}^2 + a_{n_2}^2} \Rightarrow a_{n_2} = \sqrt{a_2^2 - a_{t_2}^2} = \sqrt{66,16^2 - (-56,69)^2} = 34,11$$

$$v = \sqrt{16t^2 + 64t^2 \cos^2(4t^2)} \Rightarrow v_2 = \sqrt{64 + 256 \cos^2(16)} = 17,29$$

$$a_n = \frac{v^2}{R_k} \Rightarrow R_{k2} = \frac{v_2^2}{a_{n2}} = \frac{17,29^2}{34,11} = \mathbf{8,76 \text{ m}}$$

Угао између вектора положаја и вектора брзине након двије секунде од почетка кретања

$$\vec{r} = 2t^2\vec{i} + \sin(4t^2)\vec{j} \Rightarrow \vec{r}_2 = 8\vec{i} + \sin(16)\vec{j} = 8\vec{i} - 0,288\vec{j}$$

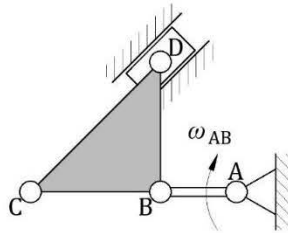
$$\vec{v} = 4t\vec{i} + 8t \cos(4t^2)\vec{j} \Rightarrow \vec{v}_2 = 8\vec{i} + 16 \cos(16)\vec{j} = 8\vec{i} - 15,323\vec{j}$$

$$\vec{r}_2 \cdot \vec{v}_2 = r_2 \cdot v_2 \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\vec{r}_2 \cdot \vec{v}_2}{r_2 \cdot v_2} = \frac{(8\vec{i} - 0,288\vec{j}) \cdot (8\vec{i} - 15,323\vec{j})}{\sqrt{8^2 + (-0,288)^2} \cdot \sqrt{8^2 + (-15,323)^2}}$$

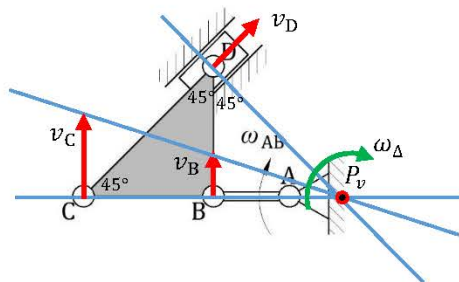
$$\cos \alpha = \frac{\vec{r}_2 \cdot \vec{v}_2}{r_2 \cdot v_2} = \frac{64 + 4,413}{\sqrt{64 + 0,083} \cdot \sqrt{64 + 234,79}} = 0,492 \Rightarrow \alpha = \mathbf{60,53^\circ = 1,056 \text{ rad}}$$

ДРУГИ ЗАДАТАК

У положају механизма приказаном на слици криваја АВ има угаону брзину од 4 s^{-1} и угаоно убрзање од 4 s^{-2} . Ако њена дужина износи 200 mm , а дужина катете једнакокраког правоуглог троугла 500 mm , за приказани положај одредити брзину зглоба С и убрзање клизача D.



Брзина зглоба С

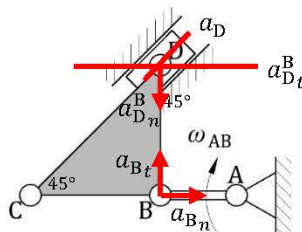


$$v_B = \overline{AB} \omega_{AB} = 0,2 \cdot 4 = 0,8 \text{ ms}^{-1}$$

$$\left. \begin{aligned} v_B &= \overline{BP_v} \omega_{\Delta} \\ v_C &= \overline{CP_v} \omega_{\Delta} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} v_B &= 0,5 \cdot \omega_{\Delta} \\ v_C &= 1 \cdot \omega_{\Delta} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \omega_{\Delta} = \frac{v_B}{0,5} = \frac{0,8}{0,5} = 1,6$$

$$v_C = 1 \cdot 1,6 = 1,6 \text{ ms}^{-1}$$

Убрзање клизача D



$$\vec{a}_D = \vec{a}_B + \vec{a}_{Dn}^B + \vec{a}_{Dt}^B$$

$$\vec{a}_D = \vec{a}_{Bt} + \vec{a}_{Bn} + \vec{a}_{Dn}^B + \vec{a}_{Dt}^B$$

$$a_{Bt} = \overline{AB} \epsilon_{AB} = 0,2 \cdot 4 = 0,8 \text{ ms}^{-2}$$

$$a_{Bn} = \overline{AB} \omega_{AB}^2 = 0,2 \cdot 4^2 = 3,2 \text{ ms}^{-2}$$

$$a_{Dn}^B = \overline{BD} \omega_{\Delta}^2 = 0,5 \cdot 1,6^2 = 1,28 \text{ ms}^{-2}$$

Пројектовањем лијеве и десне стране векторске релације на правац вертикале добија се:

$$a_D \frac{\sqrt{2}}{2} = a_{Bt} - a_{Dn}^B = 0,8 - 1,28 = -0,48 \Rightarrow a_D = -0,48\sqrt{2} \text{ ms}^{-2} = -0,679 \text{ ms}^{-2}$$