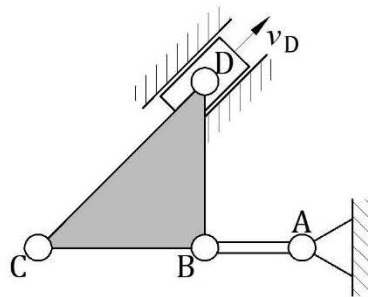


ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ ТЕХНИЧКЕ МЕХАНИКЕ II

1. Положај тачке се мијења према закону $\vec{r} = 2t\vec{i} + (2 + \cos(4t^2))\vec{j}$. Одредити:
 - линију путање и путању тачке;
 - угао између вектора положаја и вектора убрзања након једне секунде од почетка кретања;
 - полупречник закривљености путање у том тренутку;
 - вријеме потребно да тачка направи отклон од -1 m у правцу осе у у односу на свој почетни положај.
2. У положају механизма приказаном на слици клизач D има брзину од $0,8\sqrt{2} \text{ ms}^{-1}$ и убрзање од $-0,48\sqrt{2} \text{ ms}^{-2}$. Ако дужина полуге АВ износи 200 mm, а дужина катете једнакокраког правоуглог троугла 500 mm, за приказани положај одредити брзину зглоба С и угаоно убрзање штапа АВ.



ПРВИ ЗАДАТАК

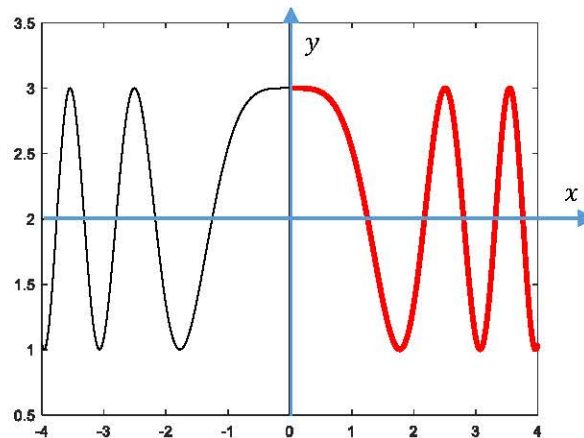
Положај тачке се мијења према закону $\vec{r} = 2t\vec{i} + (2 + \cos(4t^2))\vec{j}$. Одредити:

- линију путање и путању тачке;
- угао између вектора положаја и вектора убрзања након једне секунде од почетка кретања;
- полупречник закривљености путање у том тренутку;
- вријеме потребно да тачка направи отклон од -1 m у правцу осе y у односу на свој почетни положај.

Линија путање и путања тачке

$$\left. \begin{array}{l} x = 2t \\ y = 2 + \cos(4t^2) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t = \frac{x}{2} \\ y = 2 + \cos\left(4\frac{x^2}{2^2}\right) \end{array} \right\} \Rightarrow y = 2 + \cos(x^2)$$

$$t \in [0, +\infty) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \in [0, +\infty) \\ y \in [1, 3] \end{array} \right.$$



Угао између вектора положаја и вектора убрзања након једне секунде од почетка кретања

$$\left. \begin{array}{l} v_x = \dot{x} = 2 \\ v_y = \dot{y} = -8t \sin(4t^2) \end{array} \right\} \Rightarrow v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{4 + 64t^2 \sin^2(4t^2)}$$

$$\left. \begin{array}{l} a_x = \dot{v}_x = 0 \\ a_y = \dot{v}_y = -8 \cdot \sin(4t^2) - 8t \cdot \cos(4t^2) \cdot 8t \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a_{x1} = 0 \\ a_{y1} = -8 \sin(4) - 64 \cos(4) = 47,888 \end{array} \right\}$$

$$a_1 = \sqrt{47,888^2} = 47,888$$

$$\vec{r} = 2t\vec{i} + (2 + \cos(4t^2))\vec{j} \Rightarrow \vec{r}_1 = 2\vec{i} + (2 + \cos(4))\vec{j} = 2\vec{i} + 1,346\vec{j}$$

$$r_1 = \sqrt{2^2 + 1,346^2} = 5,812$$

$$\vec{r}_1 \cdot \vec{a}_1 = r_1 \cdot a_1 \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\vec{r}_1 \cdot \vec{a}_1}{r_1 \cdot a_1} = \frac{(2\vec{i} + 1,346\vec{j}) \cdot 47,888\vec{j}}{5,812 \cdot 47,888} = \frac{1,346 \cdot 47,888}{5,812 \cdot 47,888} = 0,232$$

$$\alpha = 76,61^\circ = 1,337 \text{ rad}$$

Полупречник закривљености путање након једне секунде од почетка кретања

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{128t \cdot \sin^2(4t^2) + 64t^2 \cdot 2 \sin(4t^2) \cdot \cos(4t^2) \cdot 8t}{2\sqrt{4 + 64t^2 \sin^2(4t^2)}}$$

$$a_{t_1} = \frac{128 \sin^2(4) + 1024 \sin(4) \cos(4)}{2\sqrt{4 + 64 \sin^2(4)}} = 45,471$$

$$a_1 = \sqrt{a_{t_1}^2 + a_{n_1}^2} \Rightarrow a_{n_1} = \sqrt{a_1^2 - a_{t_1}^2} = \sqrt{47,888^2 - (45,471)^2} = 15,022$$

$$v = \sqrt{4 + 64t^2 \sin^2(4t^2)} \Rightarrow v_1 = \sqrt{4 + 64 \sin^2(4)} = 6,376$$

$$a_n = \frac{v^2}{R_k} \Rightarrow R_{k_1} = \frac{v_1^2}{a_{n_1}} = \frac{6,376^2}{15,022} = \mathbf{2,706 \text{ m}}$$

Вријеме потребно да тачка направи отклон од -1 m у правцу осе y у односу на свој почетни положај

$$y = 2 + \cos(4t^2) \Rightarrow y_0 = 2 + \cos(0) = 2$$

$$y^* = y_0 - 1 = 2 - 1 = 1$$

$$y = 2 + \cos(4t^2) \Rightarrow y^* = 2 + \cos(4t^{*2}) \Rightarrow 1 = 2 + \cos(4t^{*2})$$

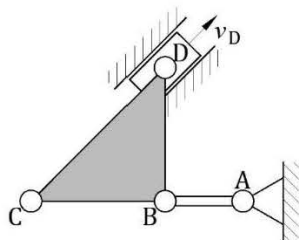
$$\cos(4t^{*2}) = -1$$

$$4t^{*2} = \arccos(-1) = \pi$$

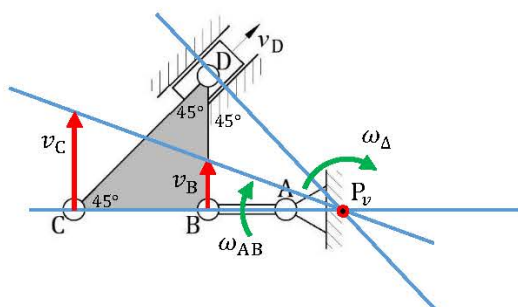
$$t^* = \sqrt{\frac{\pi}{4}} \text{ s} = \mathbf{0,886 \text{ s}}$$

ДРУГИ ЗАДАТАК

У положају механизма приказаном на слици клизач D има брзину од $0,8\sqrt{2} \text{ ms}^{-1}$ и убрзање од $-0,48\sqrt{2} \text{ ms}^{-2}$. Ако дужина полуге AB износи 200 mm, а дужина катете једнакокраког правоуглог троугла 500 mm, за приказани положај одредити брзину зглоба C и угаоно убрзање штапа AB.



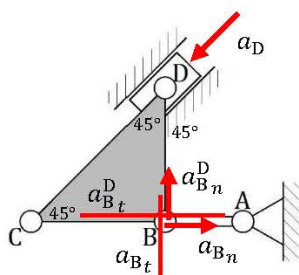
Брзина зглоба C



$$\left. \begin{aligned} v_D &= \overline{DP_v} \omega_\Delta \\ v_C &= \overline{CP_v} \omega_\Delta \\ v_B &= \overline{BP_v} \omega_\Delta \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} v_D &= 0,5\sqrt{2} \cdot \omega_\Delta \\ v_C &= 1 \cdot \omega_\Delta \\ v_B &= 0,5 \cdot \omega_\Delta \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \omega_\Delta &= \frac{v_D}{0,5\sqrt{2}} = \frac{0,8\sqrt{2}}{0,5\sqrt{2}} = 1,6 \\ v_C &= 1 \cdot 1,6 = \mathbf{1,6 \text{ ms}^{-1}} \\ v_B &= 0,5 \cdot \omega_\Delta = 0,8 \text{ ms}^{-1} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} v_B &= 0,8 \text{ ms}^{-1} \\ v_B &= \overline{AB} \omega_{AB} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \omega_{AB} = \frac{v_B}{\overline{AB}} = \frac{0,8}{0,2} = 4 \text{ s}^{-1}$$

Угаоно убрзање штапа AB



$$\vec{a}_B = \vec{a}_D + \vec{a}_{B_t}^D + \vec{a}_{B_n}^D$$

$$\vec{a}_{B_t} + \vec{a}_{B_n} = \vec{a}_D + \vec{a}_{B_t}^D + \vec{a}_{B_n}^D$$

$$a_{B_n} = \overline{AB} \omega_{AB}^2 = 0,2 \cdot 4^2 = 3,2 \text{ ms}^{-2}$$

$$a_{B_n}^D = \overline{BD} \omega_\Delta^2 = 0,5 \cdot 1,6^2 = 1,28 \text{ ms}^{-2}$$

Пројектовањем лијеве и десне стране векторске релације на правац вертикале добија се:

$$a_{B_t} = -a_D \frac{\sqrt{2}}{2} + a_{B_n}^D = -0,48\sqrt{2} \frac{\sqrt{2}}{2} + 1,28 = 0,8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\left. \begin{array}{l} a_{B_t} = 0,8 \text{ ms}^{-2} \\ a_{B_t} = \overline{AB} \varepsilon_{AB} \end{array} \right\} \Rightarrow \varepsilon_{AB} = \frac{a_{B_t}}{\overline{AB}} = \frac{0,8}{0,2} = 4 \text{ s}^{-2}$$